المستوى: الثانية ثانوي رياضيات **مارس 2020**

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات **المدة: 2.5 سا**

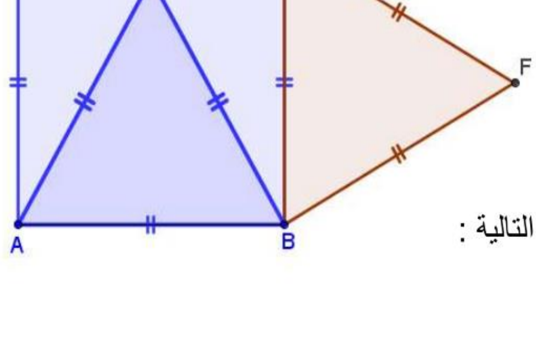
التمرين الأول

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+x}{x-2}$ وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني .

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها.
2. برهن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.
3. اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 3 .
4. برهن أن النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$.
5. عين نقاط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حامل المحورين .
6. ارسم كل من (Δ) ، (T) و $\left(C_f\right)$.
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x^2+(1-m)x+2m=0$

التمرين الثاني



المستوي موجه في الشكل المقابل لدينا :

- $ABCD$ مربع .
- ABE مثلث متقايس الأضلاع .
- BCF مثلث متقايس الأضلاع .

عيّن أقياس كل زاوية من الزوايا الموجهة التالية :

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{BF},\overrightarrow{FC}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CB}\right)$

$\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{CB}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{CF}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EA}\right)$

☜ التمرين الثالث

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر في المستوى النقط $A\left(2;3\right)$ ، $B\left(5;1\right)$ و $C\left(-2;-3\right)$

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC
2. أنشئ كل من النقط A ، B ، C و G .

لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,2);(B,-1);(C,1)\right\}$

3. أوجد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{65}$

4. أكتب الشعاع $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MH}$
5. برهن أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

بالتوفيق

أن تضيء شمعة صغيرة، خير لك من أن تنفق عمرك تلعن الظلام.

<u>التصحيح النموذجي</u>

الحل	رقم التمرين
1. دراسة اتجاه تغيرات الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها. النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2+x}{x-2}\right)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+x}{x-2}\right)=+\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}}\left(\frac{x^2+x}{x-2}\right)=-\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}}\left(\frac{x^2+x}{x-2}\right)=+\infty$ حساب المشتقة ودراسة اشارتها: الدالة f تقبل الاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ حيث : $f'(x)=\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$ لدينا : $f'(x)=0$ يعني : $x^2-4x-2=0$ مميزها : $\Delta=16-4(1)(-2)=24 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=2\sqrt{6}$ ومنه : $x_1=\frac{4+2\sqrt{6}}{2}=2+\sqrt{6}$ و $x_1=\frac{4-2\sqrt{6}}{2}=2-\sqrt{6}$ - جدول التغيرات للدالة f : لدينا: $f\left(2+\sqrt{6}\right)\approx 9.92$ و $f\left(2-\sqrt{6}\right)\approx 0.08$	التمرين 1

x	$-\infty$		$2-\sqrt{6}$		2		$2+\sqrt{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.08	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	9.92	$\nearrow$	$+\infty$

2. برهان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2+x}{x-2}-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\frac{6}{x-2}\right]=0$

من جهة ثانية: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2+x}{x-2}-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-\frac{6}{x-2}\right]=0$

ومنه: المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.

3. كتابة معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3 .

لدينا: $(\Delta): y=f(3)(x-3)+f(3)=-5(x-3)+12=-5x+27$

4. برهان أن النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

لدينا: $\frac{f(2+h)+f(2-h)}{2}=\frac{\frac{(2+h)^2+(2+h)}{h}-\frac{(2-h)^2+(2-h)}{h}}{2}=\frac{4+4h+h^2+2+h-4+4h-h^2-2+h}{2h}=\frac{10h}{2h}=5$

ومنه: النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5. تعيين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل المحورين .

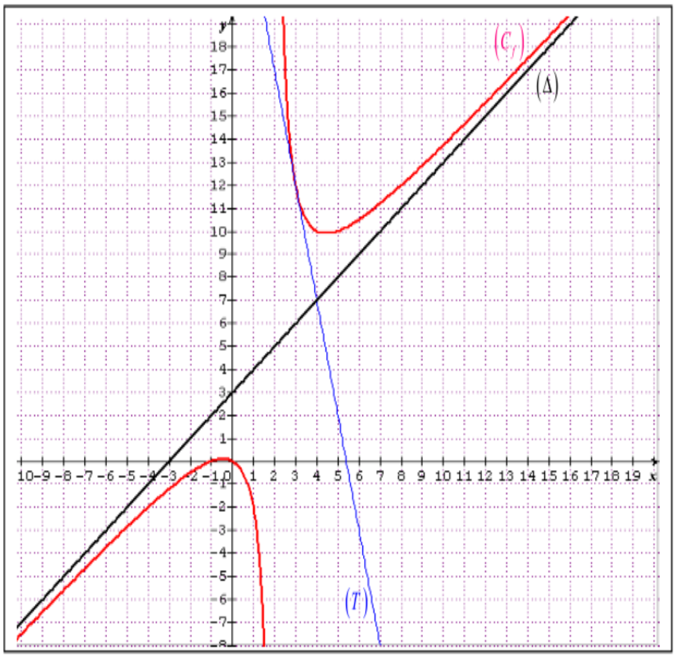
أولاً: مع حامل محور الفواصل : يعني حل المعادلة $f(x)=0$ أي: $x(x+1)=0$

ومنه :إحداثيات نقاط التقاطع هي : $(0;0)$ و $(-1;0)$

ثانياً: مع حامل محور الترتيب: نحسب $f(0)$ لدينا: $f(0)=0$

ومنه: إحداثيات نقاط التقاطع هي : $(0;0)$

6. رسم كل من (Δ) ، (T) و (C_f).



7. المناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $x^2+(1-m)x+2m=0$

لدينا: $x^2+(1-m)x+2m=0$ يعني: $m=\frac{x^2+x}{x-2}$ أي: $m=f(x)$

من خلال التمثيل البياني (C_f) نجد:

إذا كان: $m\in]-\infty;0.08[$ يوجد حلين أحدهما سالب والاخر موجب.

إذا كان: $m\in]9.92;+\infty[$ يوجد حلين كلهما موجبان.

إذا كان: $m=0.08$ يوجد حل وحيد سالب.

إذا كان: $m=9.92$ يوجد حل وحيد موجب.

التمرين 2

$$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$
$$\left(\overrightarrow{BF},\overrightarrow{FC}\right)=\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$
$$\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CB}\right)=\pi+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$
$$\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{CB}\right)=-\frac{\pi}{6}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$
$$\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{CF}\right)=-\frac{\pi}{6}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$
$$\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EA}\right)=\frac{5\pi}{12}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$

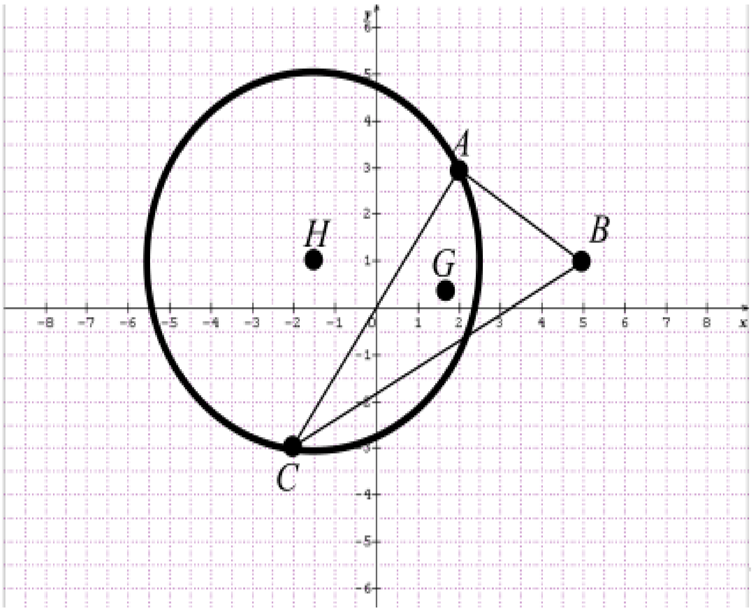
التمرين 3

نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ **و** $C(-2;-3)$

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=\frac{5}{3} \quad \text{و} \quad y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\frac{1}{3}$$

2. إنشاء كل من النقط A ، B ، C و G



لدينا: $2-1+1=2\neq 0$ إذن H موجودة ووحيدة تحقق : $2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

3. إيجاد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

لدينا : $x_H=\dfrac{\alpha.x_A+\beta.x_B+\gamma.x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{4-5-2}{2}=-\dfrac{3}{2}$ و $y_H=\dfrac{\alpha.y_A+\beta.y_B+\gamma.y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{6-1-3}{2}=1$

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MH}$

لدينا : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HA}\right)-\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HB}\right)+\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HC}\right)$ "حسب علاقة شال"

ومنه : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MH}+2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}$

لكن نعلم أن : $2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ ومنه : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MH}$

5. برهان أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

أي أن : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2.MH$ من جهة ثانية لدينا : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{65}$

ومنه : المجموعة (E) هي دائرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{65}}{2}$	