

السقوط الحقيقي للأجسام في الهواء**• القوى المؤثرة على جسم صلب يسقط في الهواء:**

- أثناء سقوط جسم صلب في الهواء تحدث تأثيرات متبادلة بين هذا الجسم الصلب و الوسط الخارجى تتمثل في الهواء ، الأرض ، ..... .

و ينتج عن هذه التأثيرات خضوع الجسم الصلب إلى قوى أهمها :

**■ قوة الثقل :**

- يرمز لها بـ  $\bar{P}$  ناتجة عن تأثير الأرض على الجسم الصلب .

- تتناسب قوة الثقل  $\bar{P}$  مع شعاع حقل الجاذبية  $\bar{g}$  وفق العلاقة الشعاعية :

$$\bar{P} = m \bar{g}$$

- بجوار سطح الأرض أين يكون شعاع حقل الجاذبية ثابت و عمودي على سطح الأرض (الشكل-34) تكون قوة الثقل ثابتة و متجهة عموديا نحو سطح الأرض في كل نقطة من حقل الجاذبية الأرضية .

- شدة قوة ثقل جسم صلب كتلته  $m$  موجود في نقطة من حقل الجاذبية الأرضية شدته  $g$  عند هذه النقطة يعطى بالعلاقة :

$$P = m g$$

**■ قوة الاحتكاك :**

- يخضع كل جسم صلب يتحرك في مائع لعدة قوى موزعة على سطحه ، تتعلق بطبيعة المائع و شكل الجسم الصلب و كذا خشونة السطح .

- تزداد قيمة هذه القوى بتزايد السرعة .

- يمكن نمذجة المجموع الشعاعي لهذه القوى التلامسية بقوة شاقولية ، معاكسة لجهة الحركة ، تدعى قوة الاحتكاك .

- التعبير عن قوة الاحتكاك بدلالة السرعة معقد ماعدا في الحالتين التاليتين :

• عندما تكون السرعة ضعيفة تكون قيمة القوة متناسبة مع قيمة السرعة :  $f = kv$

• عندما تكون قيمة السرعة كبيرة تكون قيمة القوة متناسبة مع مربع قيمة السرعة :  $f = kv^2$

- في كلتي الحالتين ، الشعاع  $\vec{f}$  معاكس للشعاع  $\vec{v}$  .

ملاحظة :

سقوط الأجسام الصلبة في السوائل يشبه سقوط الأجسام الصلبة في الهواء .

**■ دافعة أرخميدس :**

- كل جسم صلب مغمور في مائع (هواء أو سائل) يخضع لفعل ميكانيكي يدعى دافعة أرخميدس .

- نمذج دافعة أرخميدس بقوة شاقولية يرمز لها بـ  $\vec{\Pi}$  متجهة نحو الأعلى قيمتها تساوي ثقل المائع المزاح و عليه

**مثال:** (حساب دافعة أرخميدس)

نغمر كليا جسما صلبا حجمه  $V = 5.0 \text{ cm}^3$  و كتلته الحجمية  $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$  ، في مائع كتلته الحجمية  $\rho'$  ، باعتبار  $g = 9.8 \text{ N/kg}$  :

1- أحسب ثقل هذا الجسم .

2- أحسب قيمة دافعة أرخميدس في الحالة التي يكون فيها المائع هو الماء حيث  $\rho' = 1.0 \text{ g.cm}^{-3}$  .

3- أحسب قيمة دافعة أرخميدس في الحالة التي يكون فيها المائع هو الهواء حيث :  $\rho'' = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ g.cm}^{-3}$  .

**الجواب :**

1- ثقل الجسم :

$$P = m g \rightarrow P = \rho V g$$

نحسب قيمة  $m$  :

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V \rightarrow m = 8.9 \cdot 5 = 44.5 \text{ g}$$

ومنه يكون الثقل :

$$P = 44.5 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 = 0.47 \text{ N}$$

2- قيمة دافعة أرخميدس حيث المائع هو الماء :

دافعة أرخميدس هي ثقل المائع المنزاح عند غمر فيه الجسم الصلب و عليه :

$$\Pi = m' g = \rho' V' g$$

حجم الماء المنزاح يساوي حجم الجسم المغمور في الماء و الذي حل محل المائع المنزاح ، أي  $V = V'$  ومنه :

$$\Pi = \rho' V g \rightarrow \Pi = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 9.8 = 4.9 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

3- دافعة أرخميدس حيث يكون الماء هو الهواء :

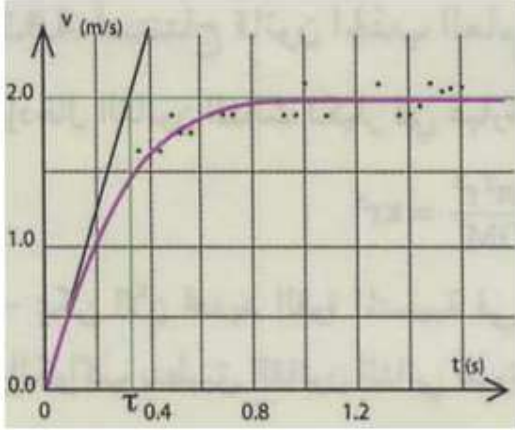
$$\Pi' = \rho'' V g \rightarrow \Pi' = 1.3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 9.8 = 6.37 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

## • دراسة حركة السقوط الحقيقي لجسم صلب في الهواء :

- نعتبر جملة مادية مكونة من أربعة بالونات خفيفة مثقلة بجسم (S) خفيف كتلة  $m_S$  وذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية بعد قطع 1m تقريبا من السقوط ، و أن لا يسمح شكل الجملة بدورانه خلال السقوط لتكون الحركة انسحابية شاقولية (الشكل) .



- نترك من ارتفاع  $h > 1 \text{ m}$  عند اللحظة  $t = 0$  الجملة من دون سرعة ابتدائية ؟  
- البيان التالي يمثل تطور سرعة البالونات بدلالة الزمن .



- من البيان يتضح وجود نظامين :

■ نظام إنتقالي : تكون فيه قيمة السرعة متزايدة بشكل سريع في البداية و أقل فأقل مع مرور الزمن. إذن حركة البالونات متسارعة في هذه المرحلة . (النظام الانتقالي)

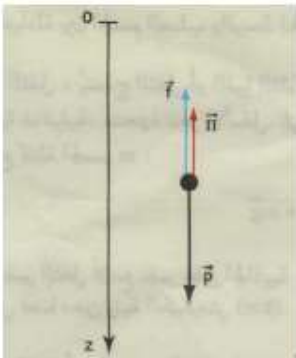
■ نظام دائم : تكون فيه قيمة السرعة ثابتة حيث تبلغ قيمتها الحدية  $v_L = 2.0 \text{ m/s}$  في هذه المرحلة و تصبح حركة البالونات منتظمة.

الزمن المميز للسقوط  $\tau$  :

يقطع مماس البيان  $v(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  في حالة  $f = kv$  الخط المقارب  $v = v_L$  في لحظة تمثل مقدار يدعى الزمن المميز للسقوط يرمز له بـ  $\tau$  و وحدته الثانية s .

## • إبراز المعادلة التفاضلية :

■ الحالة :  $f = kv$  ، دافعة أرخميدس  $\bar{\Pi}$  و قوة الاحتكاك  $\bar{f}$  غير مهملتين :



- الجملة المعتبرة : بالونات .  
- مرجع الدارسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .  
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : النقل  $\bar{P}$  ؛ دافعة أرخميدس  $\bar{\Pi}$  و قوة الإحتكاك  $\bar{f}$  .  
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\Sigma \bar{F}_{\text{ext}} = m \bar{a}_G$$

$$\bar{P} + \bar{\Pi} + \bar{f} = m_S \bar{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية على المحور (Oz) :

$$P - \Pi - kv = m_S a_z \rightarrow \rho_S V_S g - \rho_{\text{air}} V_{\text{air}} \cdot g - kv = m_S \frac{dv}{dt}$$

حجم المائع (الهواء) المنزاح هو نفسه حجم الجملة S بمعنى  $V_{\text{air}} = V_S$  و منه يصبح :

$$\rho_S V_S g - \rho_{\text{air}} V_S g - kv = m_S \frac{dv}{dt}$$

$$m_S \frac{dv}{dt} + kv = \rho_S V_S g - \rho_{\text{air}} V_S g$$

dv

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m_S} v = \frac{V_S g (\rho_S - \rho_{air})}{m_S}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m_S} v = \frac{V_S g (\rho_S - \rho_{air})}{\rho_S \cdot V_S}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m_S} v = g \frac{\rho_S - \rho_{air}}{\rho_S}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m_S} v = g \left( \frac{\rho_S - \rho_{air}}{\rho_S} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m_S} v = g \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S} \right)$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$$v = v_\ell (1 - e^{-t/\tau})$$

حيث  $\tau = \frac{m}{K}$  هو الزمن المميز للسقوط و هندسيا يحسب من خلال تقاطع مماس البيان  $v = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  مع المستقيم المقارب في النظام الدائم .

- في النظام الدائم أين يكون  $\frac{dv}{dt} = 0$  و تبلغ السرعة قيمتها الحدية  $v_\ell$  يكون بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$0 + \frac{K}{m_S} v_\ell = g \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S} \right)$$

$$v_\ell = \frac{m_S \cdot g}{K} \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S} \right) \rightarrow v_\ell = \frac{\rho_S \cdot V_S \cdot g}{K} \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S} \right)$$

$$v_\ell = \frac{V_S \cdot g}{K} (\rho_S - \rho_{air})$$

■ الحالة :  $f = kv^2$  ، دافعة أرخميدس  $\bar{\Pi}$  و قوة الاحتكاك  $\bar{f}$  غير مهمتين :  
تكون المعادلة من الشكل :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m_S} v^2 = g \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S} \right)$$

- في النظام الدائم أين يكون  $\frac{dv}{dt} = 0$  و تبلغ السرعة قيمتها الحدية  $v_\ell$  ، بنفس الطريقة المتبعة سابقا يكون :

$$v_\ell = \sqrt{\frac{V_S \cdot g}{k} (\rho_S - \rho_{air})}$$

■ الحالة :  $f = kv$  ، دافعة أرخميدس  $\bar{\Pi}$  مهمة و قوة الاحتكاك  $\bar{f}$  غير مهمة :  
في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m_S} v = g$$

ملاحظة :

في اللحظة  $t = 0$  أين  $v = 0$  تكون المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} + 0 = g \rightarrow a_0 = g$$

هذا يعني أنه في اللحظة  $t = 0$  إذا كان  $a_0 = g$  فإن دافعة أرخميدس معدومة أو مهملة حتما .

■ الحالة : دافعة أرخميدس  $\bar{\Pi}$  وقوة الاحتكاك  $\bar{f}$  مهملتين :  
في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\frac{dv}{dt} = g$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v = g t + C$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow C = 0$$

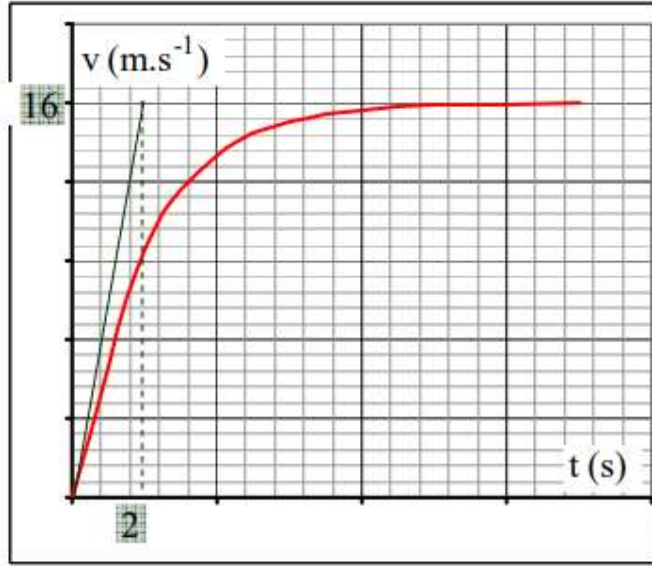
يصبح :

$$v = a t$$

نستنتج أنه عند إهمال تأثير الهواء على الجسم (S) أي دافعة أرخميدس وقوة الإحتكاك كلاهما معدوم ، تكون حركة مركز عطالة الجسم (S) مستقيمة متغيرة بانتظام ، تسمى السقوط في هذه الحالة **سقوط حرا** ، و نقول -ن في السقوط الحر تكون الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام تسارعها مساوي لتسارع الجاذبية الأرضية أي :  $a = g$  .

## تمرين تطبيقي

قام فوج من التلاميذ في حصة للأعمال المخبرية بدراسة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء كتلته  $m = 19 \text{ g}$  ، وذلك باستعمال كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" بجهاز الإعلام الآلي فتحصلوا على البيان  $v = f(t)$  الذي يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة (S) بدلالة الزمن (الشكل) .  
يعطى :  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$  .



- 1- حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الإنتقالي و الدائم . علل .
- 2- بالاعتماد على البيان عين :  
أ- السرعة الحدية  $v_l$  ، و ثابت الزمن  $\tau$  المميز للسقوط .  
ب- تسارع الحركة في اللحظة  $t = 0$  ، و عند اللحظة  $t = 12 \text{ s}$  ؟  
ج- أثبت أن دافعة أرخميدس غير مهمة .  
د- قيمة الطاقة الحركية للجسم (S) في النظام الدائم .
- 3- كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا و هذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم ؟
- 4- بين أن المعادلة التفاضلية لحركة (S) بالعبارة :  $\frac{dv}{dt} + Av = C(1 - \frac{\rho V}{m})$  حيث A و C ثابتين يطلب كتابة عبارتهما ، نذكر أن  $\rho$  الكتلة الحجمية للهواء ،  $V$  حجم الجسم (S) .
- 5- استنتج قيمة دافعة أرخميدس و قيمة k .
- 6- توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء . علل .

# حركة الأقمار و الكواكب

## المدة الزمنية : 5 سا

### • مفاهيم عامة:

#### 1- القوانين الثلاث لنيوتن:

##### أ- القانون الأول: مبدأ العطالة

يحافظ جسم على سكونه المطلق أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم يخضع الى قوة تغير من حالته الحركية .

##### ب- القانون الثاني: المبدأ الأساسي للحريك

المجموع الشعاعي للقوة الخارجية المؤثرة على جسم يساوي جداء كتلته مع شعاع تسارع مركز عطالته، أي  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

##### ج - القانون الثالث: مبدأ الفعلين المتبادلين

إذا اثرت جملة A على جملة B بقوة  $\vec{F}_{A/B}$  فإن الجملة B تقوم برد فعل  $\vec{F}_{B/A}$  يساويه في الشدة ويعاكسه في الاتجاه.

#### 2- المراجع : المراجع المستعملة في دراسة الحركات هي مراجع عطالية أي اما ساكنة او لها حركة مستقيمة منتظمة.

##### أ- المرجع الهليومركزي (المركزي الشمسي):

معلم مبداه مركز الشمس ومحاوره متجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة خلال قرون .

- الشمس في حركة حول مركز المجرة دروها 226 مليون سنة لذلك تعتبر ساكنة مقارنة بدور حركة الكواكب حولها .

##### ب- المرجع الجيومركزي - المركزي الارضي :

هو معلم مبداه مركز الارض ومحوره موجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة خلال قرون.

- يعتبر عطاليا بتقريب جيد مناسب لدراسة حركة الاقمار الصناعية حول الارض حيث دور الاقمار حول الارض مهمل امام دور

الارض حول الشمس.

##### ج - المرجع السطحي الارضي:

معلم مرتبط بسطح الارض يختص بدراسة الحركات عليها خلال فترات قصيرة.

- يعتبر هذا المعلم عطاليا لما تكون مدرة الحركة مهملة امام مدة دوران الارض حول نفسها .

### • دراسة حركة الكواكب والاقمار:

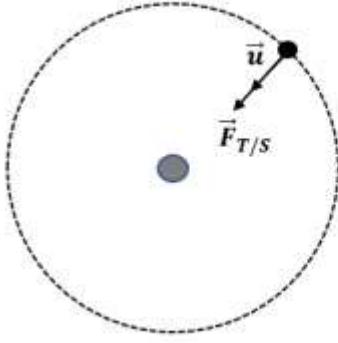
#### 1- الحركة الدائرية المنتظمة: تكون الحركة دائرية منتظمة اذا:

- المسار دائري.

- سرعة ثابتة غير معدومة.

- وجود قوة جاذبية مركزية.

2- الدور: هو المدة اللازمة لانجاز دورة واحدة . ويعطى بالعلاقة:  $T = \frac{2\pi r}{v}$



3- التسارع الناطمي: ويعطى بالعلاقة  $a_N = \frac{v^2}{r}$ .

4- قانون الجذب العام:  $F = G \frac{Mm}{r^2}$ .

5- اثبات أن الحركة دائرية منتظمة:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} = m\vec{a} &\Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m\vec{a} \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} \vec{u} = m\vec{a} \\ &\Rightarrow \vec{a} = \frac{GM}{r^2} \vec{u} \end{aligned}$$

بما أن التسارع ناظمي وقيمته ثابتة فإن الحركة دائرية منتظمة.

6- عبارة السرعة المدارية:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$$

بالإسقاط نجد:

$$F_{T/S} = ma_N \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

7- الدور:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM}{r}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

8- الجاذبية:

- على ارتفاع  $h$  من سطح الأرض:

$$g = a = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R_T + h)^2}$$

- على سطح الأرض أي  $h = 0$

$$g_0 = \frac{GM}{R_T^2}$$

- علاقة  $g$  بـ  $g_0$ :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\frac{GM}{(R_T + h)^2}}{\frac{GM}{R_T^2}} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

9- القمر الجيومستقر:

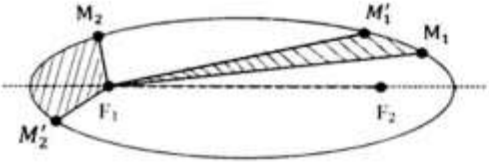
هو كل قمر ساكن بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض إذا حقق الشروط:

- يدور في نفس جهة دوران الأرض.
- دوره مساوي لدور الأرض حول نفسها.
- مداره يقع في مستوي خط الاستواء أي المستوي العمودي على محور دوران الأرض ويقطعها في مركزها.

10- قوانين كبلر:

- أ- قانون الأول: أن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليلجية تمثل الشمس إحدى محرقبيها.
- ب- القانون الثاني: المستقيم الرابط بين الشمس وكوكب يسمح بمساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.
- ج- القانون الثالث: أن مربع الدور يتناسب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس.

$$\frac{T^2}{r^3} = K = \frac{4\pi^2}{GM}$$



### تمرين تطبيقي الأول

يدور قمر اصطناعي كتلته ( $m_s$ ) حول الأرض في مسار دائري على ارتفاع ( $h$ ) من سطحها. نعتبر الأرض كرة نصف قطرها ( $R$ )، وننمذج القمر الاصطناعي بنقطة مادية. تدرس حركة القمر الاصطناعي في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا.

- 1 - ما المقصود بالمعلم المركزي الأرضي؟
  - 2 - اكتب عبارة القانون الثالث لكيبلر بالنسبة لهذا القمر.
  - 3 - أوجد العبارة الحرفية بين مربع سرعة القمر ( $v^2$ ) و ( $G$ ) ثابت الجذب العام،  $M_T$  كتلة الأرض،  $h$  و  $R$ .
  - 4 - عرّف القمر الجيومستقر واحسب ارتفاعه ( $h$ ) وسرعته ( $v$ ).
  - 5 - احسب قوة جذب الأرض لهذا القمر. اشرح لماذا لا يسقط على الأرض رغم ذلك.
- المعطيات: دور حركة الأرض حول محورها:  $T \approx 24h$ .

$$R = 6400 \text{ km} ; m_s = 2 \times 10^3 \text{ kg} ; M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg} ; G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2.\text{kg}^{-2}$$

### تمرين تطبيقي

ينتمي القمر الاصطناعي (Giove-A) إلى برنامج غاليليو الأوروبي لتحديد الموقع المكمل للبرنامج الأمريكي GPS. نعتبر القمر الاصطناعي (Giove-A) ذي الكتلة  $m = 700 \text{ kg}$  نقطياً ونفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط.

يدور القمر (Giove-A) بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه ( $O$ ) على ارتفاع  $h = 23,6 \times 10^3 \text{ km}$  من سطح الأرض.

- 1 - في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي؟ وما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع والتي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟
- 2 - أوجد عبارة تسارع القمر (Giove-A) وعين قيمته.
- 3 - احسب سرعة القمر (Giove-A) على مداره.
- 4 - عرّف الدور  $T$  ثم عين قيمته بالنسبة للقمر (Giove-A).
- 5 - احسب الطاقة الإجمالية للجسم (Giove-A+أرض).

المعطيات: ثابت الجذب العام  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$  كتلة الأرض  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$

نصف قطر الأرض  $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$ .















