



ديسمبر 2021

المستوى: الثالثة تسيير و اقتصاد

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات المدة : 2 سا

التمرين 1

نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 4x + 4}{(x-1)^2}$

(1) عين الأعداد الحقيقية a, b, c حيث من أجل كل $x \neq 1$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$

(2) برهن أنه من أجل كل $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{2(x^3 - 3x^2 + 3x - 2)}{(x-1)^3}$

(ب) تحقق أن : $x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = (x-2)(x^2 + dx + e)$ حيث d و e أعداد حقيقية يطلب تحديدها. استنتج إشارة $f'(x)$

(3) أدرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

(ب) نسمي C_f التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

برهن أن C_f يقبل مستقيما مقاربا مانلا D يطلب إعطاء معادلته ثم أدرس وضعية C_f و D .

(ج) هل يقبل C_f مستقيمات مقاربة أخرى؟

(4) أنشئ جدول تغيرات الدالة f

(5) أكتب معادلة المماس T في النقطة التي فاصلتها 0

(6) برهن أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α تحقق $-2 < \alpha < -1$

(7) أرسم C_f ، D و المماس T .

التمرين 2

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 12$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3 + \frac{1}{4}u_n$.

1- أحسب u_1, u_2, u_3 .

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 \leq u_n \leq 12$.

3- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على المجموعة \mathbb{N} بما يلي : $v_n = u_n - a$ حيث a عدد حقيقي.

(1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(2) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 8\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ثم أحسب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

(3) نفرض في ما يلي : $a = 4$

أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

الع لامة	الحل	رقم التمرين										
	<p>(1) (I) تعيين الأعداد الحقيقية $a=2 ; b=3 ; c=1$ و منه $f(x) = 2x+3+\frac{1}{(x-1)^2}$</p> <p>(2) (A) البرهان أن $f'(x) = \frac{2(x^3-3x^2+3x-2)}{(x-1)^3}$</p> <p>(ب) $d = -1 ; e = 1$</p> <p>(ج) إشارة $f'(x)$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;">-</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </tbody> </table> <p>(3) النهايات</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$</p> <p>(ب) البرهان عل وجود مستقيم مقارب بما أن $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{(x-1)^2} = 0$</p> <p>و منه المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x+3$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $+\infty$ و $-\infty$</p> <p>(ج) (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=1$</p> <p>(4) جدول التغيرات.</p> <p>(5) معادلة المماس $y = 4x+4$</p>	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	-	0	+	التمرين 1
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$								
$f'(x)$	+	-	0	+								

(6) مبرهنة القيم المتوسطة.
(7) الرسم.

(I) 1

التمرين
2

$$u_1 = 6 \quad ; \quad u_2 = \frac{9}{2} \quad ; \quad u_3 = \frac{33}{8}$$

(2) البرهان بالتراجع.

(3)

$$u_{n+1} - u_n = 3 - \frac{3}{4}u_n < 0$$

و منه (u_n) متناقصة تماما و منه متقاربة.

(II) 1 $a = 4$

(2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 4$ ،
عبارة (v_n)

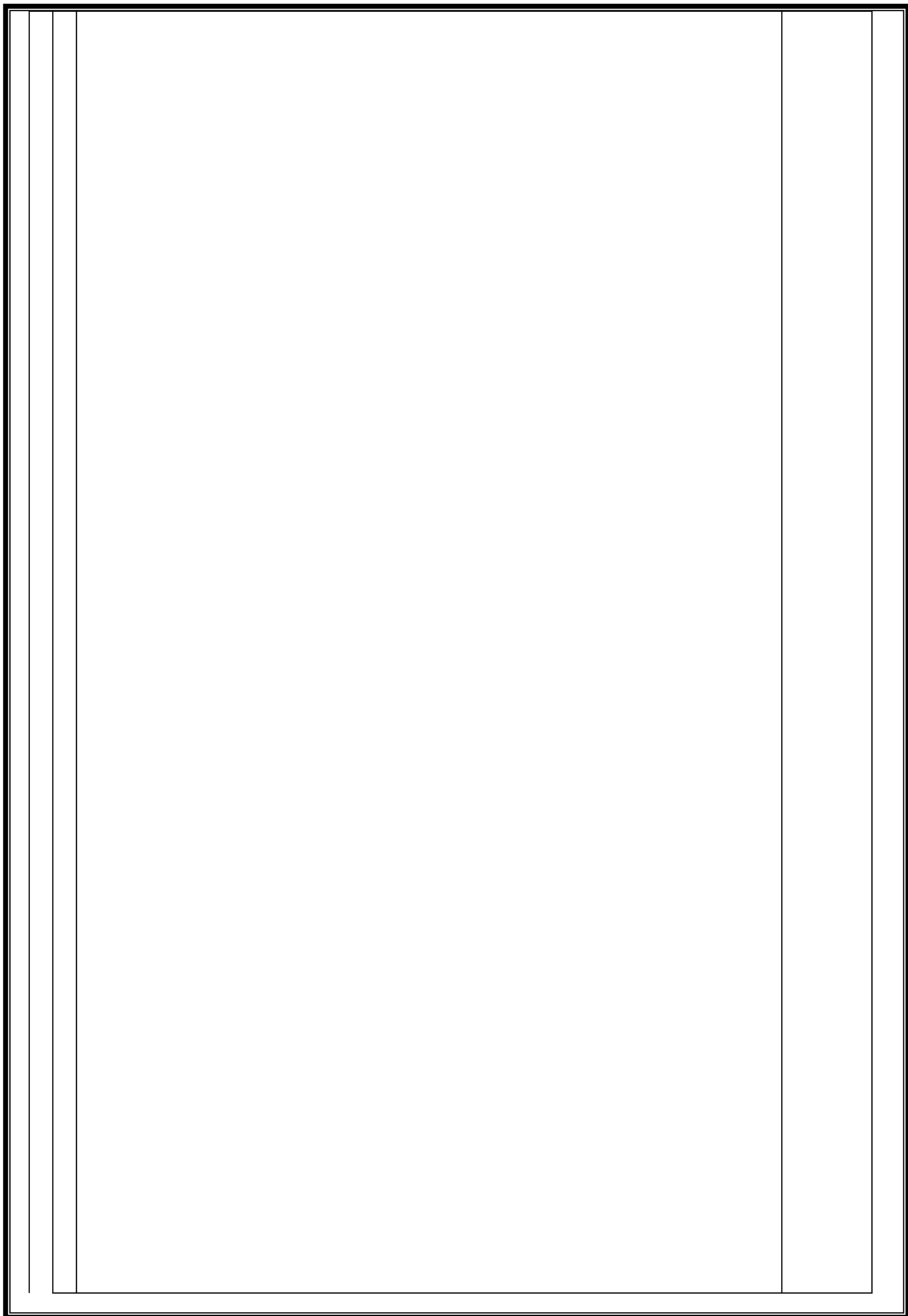
$$v_n = 8 \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad \text{و منه}$$

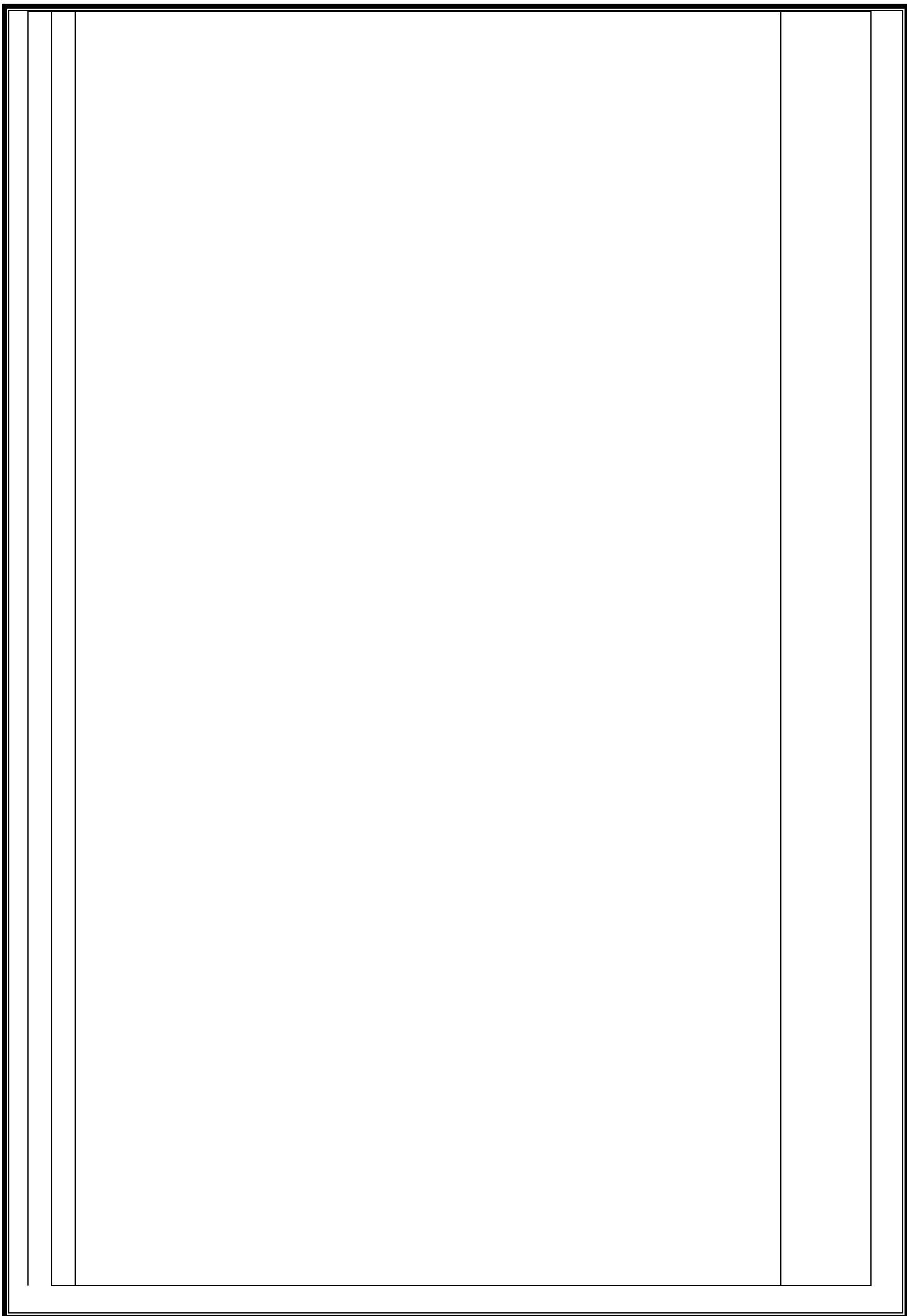
$$u_n = 8 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$$

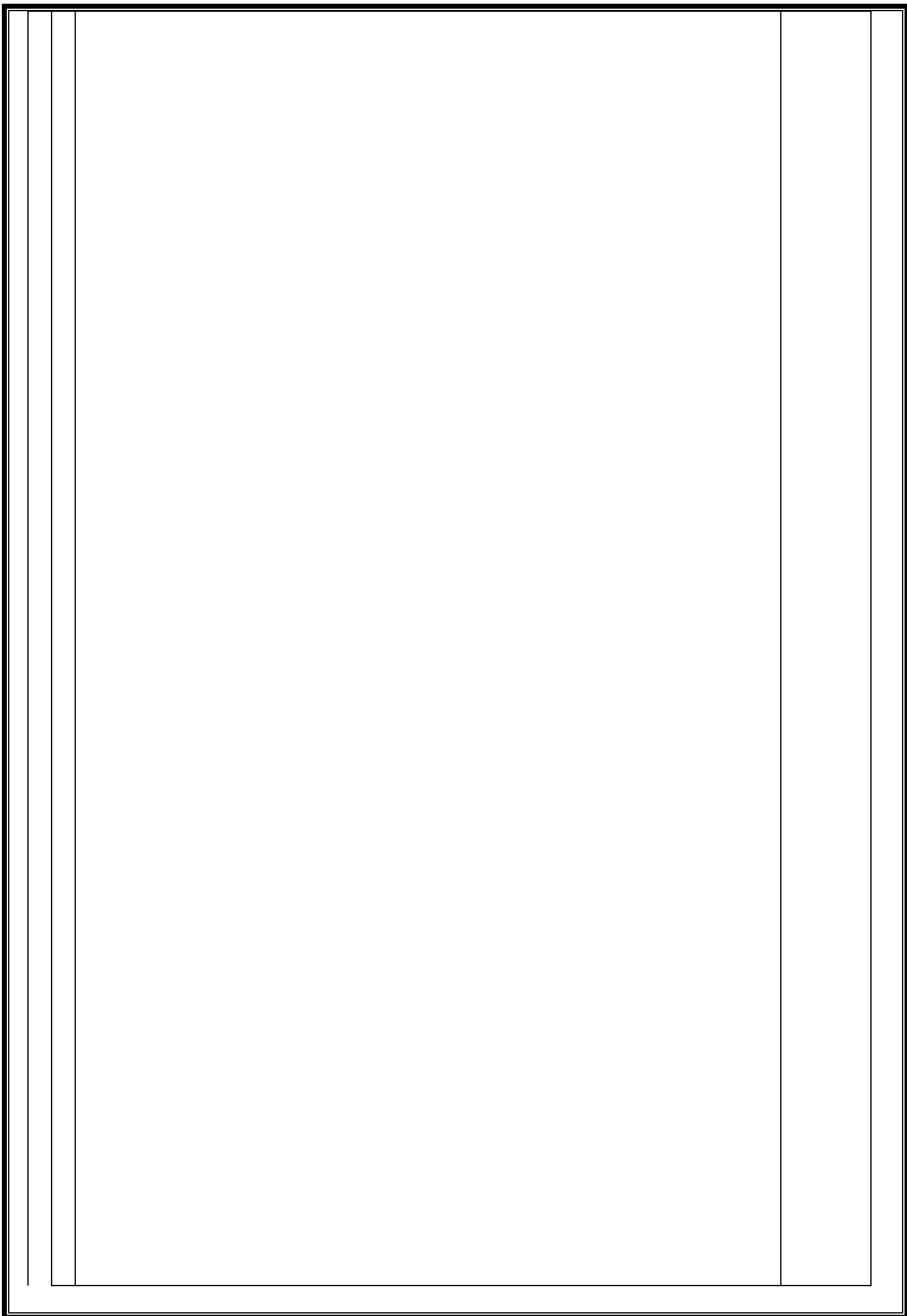
(3) حساب المجموع

$$S_n = \frac{32}{3} \left(1 - \frac{1}{4}^n\right)$$

$$S'_n = \frac{32}{3} \left(1 - \frac{1}{4}^n\right)$$







التمرين