المستوى:الثالثة علوم تجريبية	ديسمبر 2021
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة : ساعتين.

التمرين 1 (6 ن)

توجد اجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل.

1) حل المعادلة $4\,e^{2x} - e^{x} - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو :

أ) 2 ب) 0 ج) 1

2) حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f حيث :

أ) $-e^{-3x}$ ب) e^{-3x} ج) e^{3x}

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} - (x+1)e^{x}$ هي :

أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0

التمرين 2 (14 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

2) بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته.

3) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$-3.5 < \alpha < -3$ و $0.5 < \beta < 1$

6) ارسم (Δ) و (C_f).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة

$$3 - xe^{2x} - m = 0$$

III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن $h(x)=f(\frac{1}{x})$

ب) احسب $h'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

بالتوفيق.

<u>التصحيح النموذجي</u>

العلامة	الحل	رقم التمرين
	1) حل المعادلة $4\,e^{2x} - e^{x} - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو : ب) 1 2) حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f حيث : ب) e^{-3x} 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} - (x+1)e^{x}$ هي : ب) $-\infty$	**التمرين 1**

أ-) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 1$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات:

$$g'(x) = (-4x - 4)e^{2x}$$

x	$-\infty$				-1				$+\infty$
$g(x)$		$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	

* من جدول الإشارة نستنتج أن: g متزايدة تماما على $]-\infty;-1[$ و متناقصة تماما على $]-1;+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$					
$g(x)$	1	$\nearrow$	$\dfrac{e^2+1}{e^2}$	$\searrow$	$-\infty$

2) $g(0) = 0$.

جدول إشارة $g(x)$

x	$-\infty$			0			$+\infty$
إشارة $g(x)$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$

3) $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$.

أ) النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

ب) بما أن $\lim_{x\to-\infty}\left(-xe^{2x}\right)=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (□) معادلته $y=x+3$ عند $(-\infty)$.

4) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (□) ندرس إشارة الفرق $D(x)=f(x)-y=-xe^{2x}$ حسب الجدول:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $D(x)$	+ + +	0	- - -
الوضعية	(C_f) يقع فوق (□)	يقطع $A(0;3)$	(C_f) يقع تحت (□)

5-أ) $f'(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}=g(x)$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب) f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;+\infty[$.

جدول تغيرات f.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	3	↘ $+\infty$

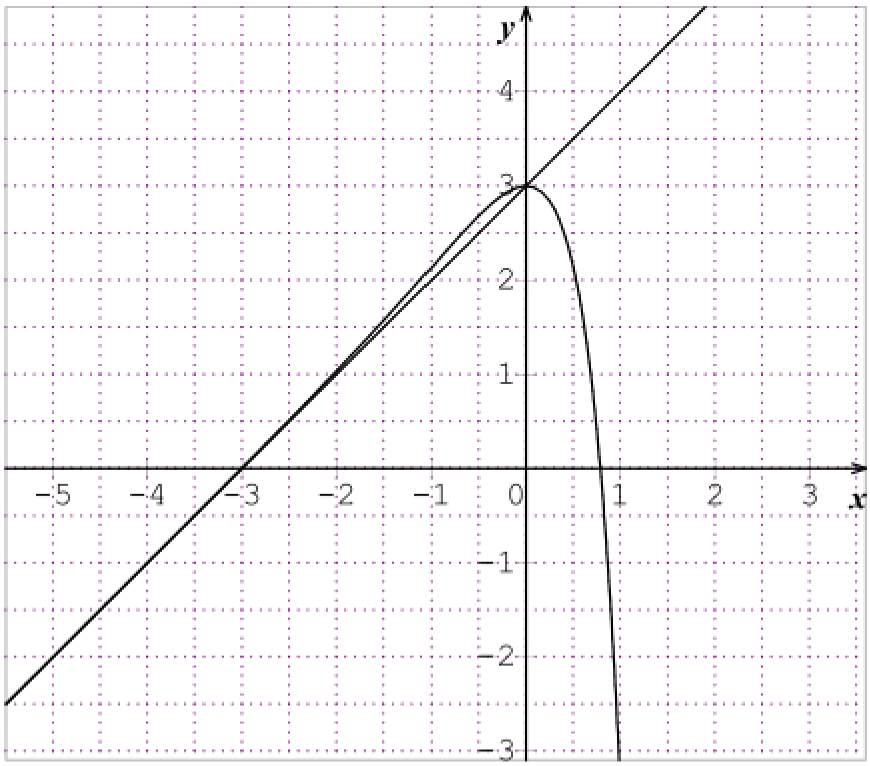
6) بما أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[-3.5;-3]$ و $f(-3.5)f(-3) < 0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5;1]$ و $f(0.5)f(1) < 0$.

فإنه يوجد عددان حقيقيان α و β وحيدان من $]-3.5;-3[$ و $]0.5;1[$ على الترتيب بحيث: $f(\alpha)=0$

و $f(\beta)=0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة.

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha;0)$ و $B(\beta;0)$.

7) رسم $(\square)$ و (C_f)



8) $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) من أجل $x \neq 0$ لدينا : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$ أي: $h'(x) = -\frac{1}{x^2}.g\left(\frac{1}{x}\right)$.

جدول إشارة $h'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - - -	‖	+ + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ و متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - -	‖	+ +
$h(x)$	3 ↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗ 3