



فيفري 2022

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة : ساعتين.

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين 1

في كل مما يلي توجد اجابة صحيحة واحدة ، عينها مع التبرير:

$$\ln(x+2) + \ln(x-1) \leq 2 \ln 2 \quad \text{(أ) مجموعة حلول المتراحة :}$$

$$(1) \quad ]-2; 1] \quad ; \quad (2) \quad ]1; 2] \quad ; \quad (3) \quad ]-3; 2]$$

$$(ب) \text{ نعتبر المعادلة التفاضلية : } \dots(E) \quad 3y - y' = 6$$

الحل الخاص للمعادلة (E) الذي يحقق :  $f(-1)=0$  هو :

$$(1) \quad f(x) = -2e^{3(x+1)} + 2 \quad ; \quad (2) \quad f(x) = -2e^{3x+1} + 2$$

$$(3) \quad f(x) = 3e^{2(x-1)} - 2$$

(ج) دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  حيث :

$$f(x) = (\ln x)^2 + 1 - \frac{2}{\ln x} \quad , \quad \text{الدالة المشتقة للدالة } f \text{ معرفة ب:}$$

$$(1) \quad f'(x) = 2 \left( \frac{\ln(x^3+1)}{x(\ln x)^2} \right) \quad ; \quad (2) \quad f'(x) = 2 \left( \frac{(\ln x)^3+1}{x(\ln x)^2} \right)$$

$$(3) \quad f'(x) = 2 \left( \frac{(\ln x+1)^3}{x(\ln x)^2} \right)$$

التمرين 2(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$ و ليكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.5 < \alpha < 2$ .(3) استنتج اشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$ و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 

(1) أ) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف ، فسر النتائج هندسيا.

ب) بين انه من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  فإن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$  و استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(3) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(4) ارسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + m$$

**(III)** لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2+1}$

اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  اعتمادا على  $(C_f)$

بالتوفيق.

---

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
	<p>(أ) مجموعة حلول المتراجحة : <math>\ln(x+2) + \ln(x-1) \leq 2 \ln 2</math> : <math>[-3; 2]</math> (3)</p> <p>(ب) نعتبر المعادلة التفاضلية : <math>3y - y' = 6</math> ... (E) الحل الخاص للمعادلة (E) الذي يحقق : <math>f(-1)=0</math> هو :</p> $f(x) = -2e^{3(x+1)} + 2 \quad (1)$ <p>(ج) دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على المجال <math>]-\infty; 0]</math> حيث :</p> <p>، الدالة المشتقة للدالة <math>f</math> معرفة ب:</p> $f'(x) = 2 \left( \frac{(\ln x)^3 + 1}{x(\ln x)^2} \right) \quad (2)$	<p style="text-align: center;">التمرين 1</p>

(I) تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 1+x^2 = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x^2 \ln x = 0 \text{ لأن } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( \frac{1}{x^2} + 1 - 2 \ln x \right) = -\infty$$

الدالة المشتقة

$$g'(x) = 2x - 2 \left( 2x \ln x + \frac{1}{x} x^2 \right) = 2x - 4x \ln x - 2x = -4x \ln x$$

إشارة الدالة المشتقة

$$\text{من أجل } x \in ]0; 1[ \text{، } \ln x < 0 \text{ ومنه } g'(x) > 0$$

$$\text{ومن أجل } x \in ]1; +\infty[ \text{، } \ln x > 0 \text{ ومنه } g'(x) < 0$$

اتجاه التغير

بالتالي الدالة  $g$  متزايدة تماماً على المجال  $]0; 1[$  و متناقصة تماماً على المجال  $]1; +\infty[$

جدول التغيرات

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$	1	2	$-\infty$

(2) نبين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $1.5 < \alpha < 2$ .  
مبرهنة القيم المتوسطة

(3) استنتاج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

(II) 1 أ) حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و تفسير النتائج هندسيا.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \times \frac{x}{x^2 + 1} = 0 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

تفسير النتائج هندسيا.

لدينا  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  إذن  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب معادلته  $x = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  إذن  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب معادلته  $y = 0$  (محور الفواصل) بجوار  $+\infty$ .

ب) نبين انه من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  فإن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

لدينا من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $x(x^2+1) > 0$ ، ومنه إشارة  $f'(x)$  هي نفس إشارة  $g(x)$ .

إذن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]0; \alpha[$  و متناقصة تماما على المجال  $[\alpha; +\infty[$ .

جدول التغيرات

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0

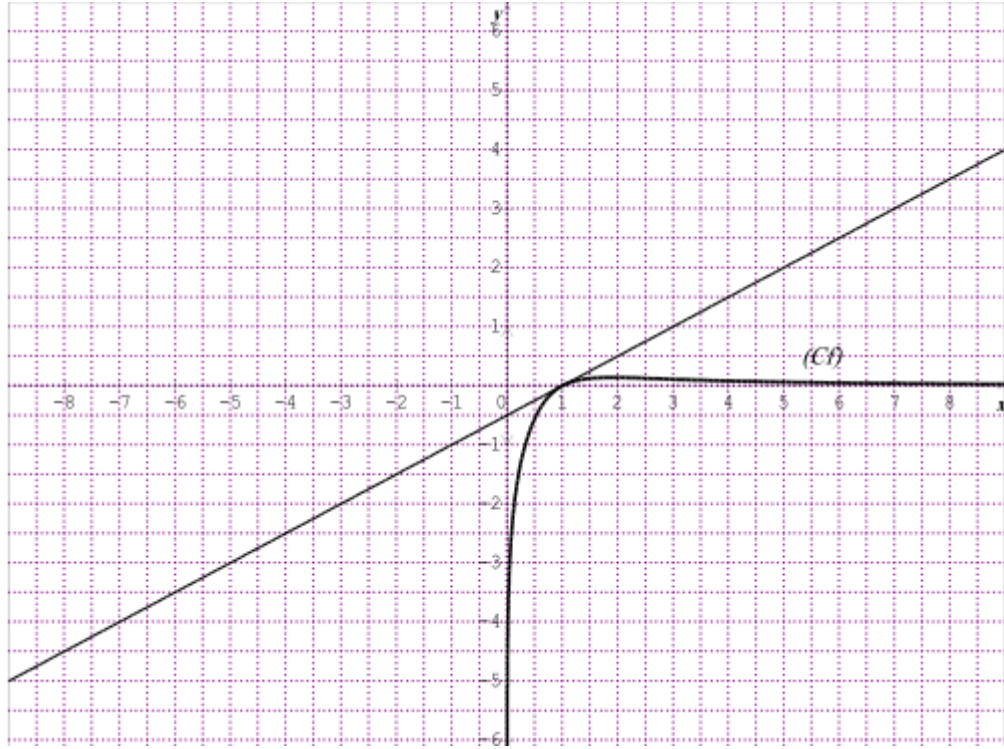
(2) نبين أن  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$

حصر للعدد  $f(\alpha)$   $0,12 < f(\alpha) < 0,23$

(3) معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) \quad \text{ومنه} \quad y = \frac{1}{2}(x-1)$$

(4) رسم (T) و (C<sub>f</sub>).



5. المناقشة بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي

$$m, \text{ عدد حلول المعادلة: } f(x) = \frac{1}{2}x + m$$

إذا كان  $m < -\frac{1}{2}$  فإن المعادلة تقبل حلين.

إذا كان  $m = -\frac{1}{2}$  فإن المعادلة تقبل حلا واحدا

مضاعفا.

إذا كان  $m > -\frac{1}{2}$  فإن المعادلة ليس لها حلول.

(III) الشرح كيف يمكن رسم (C<sub>h</sub>) منحنى الدالة h اعتمادا على (C<sub>f</sub>)

$$\begin{cases} h(x) = f(x); x \in [1; +\infty[ \\ h(x) = -f(x); x \in ]0; 1] \end{cases}$$

على المجال  $[1; +\infty[$  يكون (C<sub>h</sub>) منطبق على (C<sub>f</sub>)

على المجال  $]0; 1]$  يكون (C<sub>h</sub>) نظير (C<sub>f</sub>) بالنسبة إلى محور الفواصل.

