المستوى الثانية ثانوي رياضي

اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

2سا

يمنع منعا باتا الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح

التمرين الأول (06 نقاط):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$، لتكن $A(2\,,3)$ و $\omega(-1\,,4)$

1) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه ω ويحول M إلى M' حيث:

$$3\overrightarrow{M\omega}+2\overrightarrow{M'\omega}=\overrightarrow{MM'}$$

2) أكتب العبارة التحليلية للتحاكي h

3) عين صورة A بالتحاكي h ولتكن B

4) عين المعادلة الديكارتية للدائرة (C) التي مركزها ω ونصف قطرها 2

5) عين المعادلة الديكارتية للدائرة (C') صورة (C) بالتحاكي h

6) أحسب مساحة الدائرة (C) ثم استنتج مساحة (C')

التمرين الثاني (06 نقطة):

في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$، نعتبر النقط $C(3\,;6)$ ، $D(1\,;4)$ ، $M(x\,;y)$ والمجموعة (E) التي تحقق $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{DM}=0$

1) عين مجموعة النقط (E)

2) عين معادلتي المماسين (Δ_C) و (Δ_D) لمجموعة النقط (E) عند النقطتين C و D على التوالي

3) نعتبر النقطة $B(-1\,;7)$، أحسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ_C) ثم استنتج المسافة بين B و (Δ_D)

التمرين الثالث (08 نقطة):

I-

f دالة معرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x+2}{x+3}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (Δ) مستقيم معادلته $y=x$

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) أرسم (C_f) و(Δ) على المجال $[0\ ;\ 2]$

II-

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) مبرزا خطوط الإنشاء.

2) ماهو تخمينك حول رتابة وتقارب المتتالية (u_n) ؟

3) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم أحسب نهايتها. ماذا تستنتج ؟

4) عبر بدلالة n عن المجموع Σ_n حيث: $\Sigma_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

5) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{1}{u_n+2}=\frac{1}{3}(1-v_n)$

ب- استنتج بدلالة n المجموع Σ'_n حيث: $\Sigma'_n=\frac{1}{u_0+2}+\frac{1}{u_1+2}+\cdots+\frac{1}{u_n+2}$

الرياضيات ملكة العلوم

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (06 نقاط):

1) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه ω ويحول M إلى M' هي: $k=-\frac{2}{3}$ لأن $\overrightarrow{\omega M'}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{\omega M}$

2) العبارة التحليلية للتحاكي h هي: $\begin{cases} x'=-\frac{2}{3}(x+1)-1 \\ y'=-\frac{2}{3}(y-4)+4 \end{cases}$

3) صورة A بالتحاكي h هي B حيث: $B(-3\ ;\ \frac{14}{3})$

4) المعادلة الديكارتية للدائرة (C) التي مركزها ω ونصف قطرها 2 هي : $(x+1)^2+(y-4)^2=4$

5) المعادلة الديكارتية للدائرة (C') صورة (C) بالتحاكي h هي: $(x+1)^2+(y-4)^2=\frac{16}{9}$

لأن $h(\omega)=\omega$ و $r'=|k|.r=\frac{4}{3}$

6) مساحة الدائرة (C) هي: $S=4\pi$ ، مساحة (C') هي: $S'=k^2.S=\frac{16}{9}\pi$

التمرين الثاني (06 نقطة):

1) مجموعة النقط (E) هي دائرة قطرها $[CD]$ ومركزها منتصف القطعة $[CD]$

2) معادلتي المماسين: $(\Delta_c): x+y-9=0$; $(\Delta_D): x+y-5=0$

3) $d\big(B,(\Delta_c)\big)=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، $d\big(B,(\Delta_D)\big)=CD-d\big(B,(\Delta_c)\big)$ ومنه $d\big(B,(\Delta_D)\big)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

التمرين الثالث (08 نقطة):

-I

1) $f'(x)=\frac{4}{(x+3)^2}$ ، $f'(x)>0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0\ ;\ +\infty[$

2) رسم (C_f) و(Δ) على المجال $[0\ ;2]$

-II

1) تمثيل الحدود الثلاثة الأولى على محور الفواصل

2) التخمين: $u_2 > u_1 > u_0$ ، (u_n) متزايدة تماما

(u_n) متقاربة نحو العدد 1 (فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ)

3) أ- لدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ وحدها الأول $v_0 = -\frac{1}{2}$

ب- $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، $u_n = \frac{-1+\left(\frac{1}{4}\right)^n}{-1-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

جـ $u_{n+1} - u_n > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما

$\lim(u_n) = 1$ ، (u_n) متقاربة نحو العدد 1

4) $\Sigma_n = \frac{2}{3}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$

5) أ- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

ب- $\Sigma'_n = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{2}{9}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$