



## المستوى الثانية ثانوي تقني رياضي

## اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

سا2

**يمنع منعاً باتاً الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح**

**التمرين الأول (06 نقطة):** اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل:

(1) إذا كان المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع حيث  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$  فإن:

(أ)  $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}$  (ب)  $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = -\frac{\pi}{3}$  (ج)  $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA})$

(2) إذا كان  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{8}$  فإن:

(أ)  $(-\vec{u}; -\vec{v}) = \frac{17\pi}{8}$  (ب)  $(-2\vec{u}; 3\vec{v}) = \frac{9\pi}{8}$  (ج)  $(\vec{v}; \vec{u}) = \frac{\pi}{8}$

(3) إذا كان  $\frac{1327\pi}{6}$  قياساً لزاوية موجهة فإن قياسها الرئيسي هو:

(أ)  $-\frac{\pi}{6}$  (ب)  $-\frac{5\pi}{6}$  (ج)  $\frac{\pi}{6}$

(4) حلول المعادلة  $\sin x = -\frac{1}{2}$  في  $\mathbb{R}$  هي:

(أ)  $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$  أو  $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  (ب)  $x = k\pi$  (ج)  $x = 2k\pi$  مع  $k \in \mathbb{Z}$

**التمرين الثاني (06 نقطة):**

(1) بسط العبارة  $A(x)$  حيث:

$$A(x) = \cos(15\pi + x) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi + x) + \sin(7\pi - x) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} - x\right)$$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $2A(x) = -1$

(3) نعتبر كثير الحدود  $P(x)$  المعرف بـ:  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

(أ) أحسب  $P(1)$  ثم أوجد تحليل  $P(x)$  إلى جداء ثلاث عوامل من الدرجة الأولى

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $P(x) = 0$

ج) استنتج حلول المعادلة:  $2\sin^3 x + 5\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$

### التمرين الثالث (08 نقطة):

-I

$f$  دالة معرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = x$

1) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$  .

2) أرسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  على المجال  $[0; 2]$

-II

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بعدها الأول  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

1) مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية  $(u_n)$  مبرزاً خطوط الإنشاء.

2) ماهو تخمينك حول رتبة وتقارب المتتالية  $(u_n)$  ؟

3)  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$

ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم أحسب نهايتها. ماذا تستنتج ؟

4) عبر بدلالة  $n$  عن المجموع  $\Sigma_n$  حيث:  $\Sigma_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

5) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

ب- استنتج بدلالة  $n$  المجموع  $\Sigma'_n$  حيث:  $\Sigma'_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \dots + \frac{1}{u_n+2}$

الرياضيات ملكة العلوم

## التصحيح النموذجي

### التمرين الأول (06 نقطة):

$$(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$(-2\vec{u}; 3\vec{v}) = \frac{9\pi}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{5\pi}{6} \quad (3)$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ أو } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (4)$$

### التمرين الثاني (06 نقطة):

$$A(x) = \sin(x) \quad (1)$$

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad (2)$$

$$P(x) = 2(x-1)(x+\frac{1}{2})(x+3), P(1) = 0 \text{ أـ} \quad (3)$$

$$S = \left\{ -3; -\frac{1}{2}; 1 \right\} \text{ بـ}$$

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ جـ}$$

### التمرين الثالث (08 نقطة):

-I

$$[0; +\infty[ \text{ المجال } f \text{ متزايدة تماما على المجال } f'(x) > 0, f'(x) = \frac{4}{(x+3)^2} \quad (1)$$

$$[0; 2] \text{ رسم } (C_f) \text{ و } (\Delta) \text{ على المجال } \quad (2)$$

-II

(1) تمثيل الحدود الثلاثة الأولى على محور الفواصل

(2) التخمين:  $u_2 > u_1 > u_0$  ،  $(u_n)$  متزايدة تماما

$(u_n)$  متقاربة نحو العدد 1 (فاصلة نقطة تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$ )

(3) أ- لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$  ومنه  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{4}$  وحدها الأول  $v_0 = -\frac{1}{2}$

$$\text{ب- } v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n, \quad u_n = \frac{-1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{-1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$$

→  $u_{n+1} - u_n > 0$  ومنه  $(u_n)$  متزايدة تماما

$\lim(u_n) = 1$  ،  $(u_n)$  متقاربة نحو العدد 1

$$\Sigma_n = \frac{2}{3} \left( \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1 \right) \quad (4)$$

(5) أ- من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا  $\frac{1}{u_{n+2}} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

$$\text{ب- } \Sigma'_n = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{2}{9} \left( \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1 \right)$$