المستوى الثالثة ثانوي تقني رياضي

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة: 2 سا

التمرين الأول (8 ن):

لتكن الدالة f معرفة على $]-\frac{1}{2};+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(2x+1)-x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. الوحدة 4cm

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]-\frac{1}{2};+\infty[$: $f'(x)=\frac{1-2x}{2x+1}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الآخر α حيث $1<\alpha<1{,}5$

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O مبدأ المعلم

6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $x=m-\ln(2x+1)$

التمرين الثاني (12 ن):

I. g دالة معرفة على R بـ: $g(x)=e^x+2-x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل x من R : $g(x)>0$

II. f دالة معرفة على R بـ: $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها

2) أثبت أنه من أجل كل x من R: $f'(x) = e^{-x}g(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

ب) استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

5) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)

6) اثبت أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها

7)احسب $f(0)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f)

III. لتكن h دالة معرفة على R بـ: $h(x) = |f(x)|$
باستعمال المنحنى (C_f)، استنتج رسم لـ (C_h) التمثيل البياني للدالة h ثم ارسمه في نفس المعلم السابق و بلون مختلف

BAC TM 2024

YES WE CAN !

التصحيح النموذجي:

التمرين الأول (8 ن):

لتكن الدالة f معرفة على $]-\frac{1}{2};+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(2x+1)-x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. الوحدة 4cm

1) أ) $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ >}} f(x)=-\infty$ و تفسير النتيجة بيانيا: $x=-\frac{1}{2}$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

2) من أجل كل x من $]-\frac{1}{2};+\infty[$: $f'(x)=\frac{1-2x}{2x+1}$

3) الدالة f *متزايدة على المجال* $]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}]$ و متناقصة على المجال $[\frac{1}{2};+\infty$

4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم لان $f(0)=0$ و الآخر α حيث $1<\alpha<1{,}5$ بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

5) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O مبدأ المعلم : $y=x$

6) رسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x)=-2x+m$:

لما $m\in]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب

لما $m=0$ المعادلة تقبل حل وحيد معدوم

$m\in]0;+\infty[$ المعادلة حل وحيد موجب

التمرين الثاني (12 ن):

I. g دالة معرفة على R بـ: $g(x)=e^x+2-x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

من أجل كل x من R: $g'(x)=e^x-1$

الدالة g *متزايدة على المجال* $]0;+\infty[$ و متناقصة على المجال $]-\infty;0]$

2)الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى عند النقطة ذات الفاصلة 0 مع $g(0)=3$ و منه من اجل كل x من R : $g(x)>0$

II. f دالة معرفة على R بـ: $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

2) من أجل كل x من R: $f'(x)=e^{-x}g(x)$

3) الدالة f *متزايدة تماما على* R

4) أ) بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$

ب) إشارة $f(x)$ حسب قيم x:

لما $x\in]-\infty;\alpha]$: $f(x)\leq 0$ و لما $x\in[\alpha:+\infty[$: $f(x)\geq 0$

5) أ) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ لان

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=0$

ب) الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ):

لما $x\in]-\infty;1[$: (C_f) يقع تحت (Δ)

عند النقطة B(1 ;0) (C_f) يقطع (Δ)

لما $x\in]1;+\infty[$: (C_f) يقع فوق (Δ)

6) اثبات أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها:

من أجل كل x من R: $f''(x)=(x-3)e^{-x}$

f''(x) تنعدم مغيرة اشارتها عند x=3 اذا النقطة A(3 ;f(3)) نقطة انعطاف

7)ا $f(0)=-1$ ثم رسم (Δ) و (C_f)

III. لتكن h دالة معرفة على R بـ: $h(x)=|f(x)|$
لما $x\in]-\infty;\alpha]$: $h(x)=-f(x)$ اذا: (C_h) نظير الجزء غير منطبق من (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل
لما $x\in[\alpha:+\infty[$: $h(x)=f(x)$ اذا : (C_h) ينطبق على (C_f)