المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات
فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات **01 سا**

<u>التمرين:</u>

I. لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x + 1 + e^{-x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.27 < \alpha < 1.28$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (e^x - 1)(2 - x)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) أحسب $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - x)$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب (Δ) للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له عند $-\infty$.

3) أدرس وضعية (C_f) و (Δ).

4) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) عين دون حساب $\lim_{h \to 0} \frac{f(h+\alpha) - f(\alpha)}{h}$ ، مفسرا النتيجة بيانيا.

6) بين أن $f(\alpha) = \alpha - 3 + \frac{1}{\alpha - 1}$.

7) أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثييهما.

8) عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

9) أنشئ بدقة كلا من (C_f) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.9$)

10) ناقش حسب قيم الوسيط k عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = kx - 2$.

11) لتكن h دالة معرفة بـ: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ (لا يطلب حساب $h(x)$)

1) أحسب $h'(x)$ مشتقة الدالة h.

2) استنتج جدول تغيراتها.

التصحيح النموذجي

-I

1) تغيرات الدالة g: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

$g'(x) = -1 - e^{-x}$

$g'(x) < 0$ ، الدالة g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

2) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

إشارة $g(x)$: $g(x) = 0$ تكافئ $x = \alpha$

$g(x) > 0$ تكافئ $x < \alpha$ ، $g(x) < 0$ تكافئ $x > \alpha$

-II

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - x = -2$ (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x - 2$ عند $-\infty$

3) (C_f) يقع أسفل (Δ) على المجال $]2; +\infty[$

(C_f) يقع أعلى (Δ) على المجال $]-\infty; 2[$

(C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $A(2; 0)$

4) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{x} g(x)$

f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \alpha[$

f متناقصة تماما على المجال $]\alpha; +\infty[$

f تقبل قيمة حدية محلية كبرى عند $x = \alpha$

5) $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(h+\alpha)-f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0$ (C_f) يقبل نصف مماس عند النقطة $B(\alpha, f(\alpha))$ موازي لحامل محور الفواصل

6) $f(\alpha) = \alpha - 3 + \frac{1}{\alpha-1}$

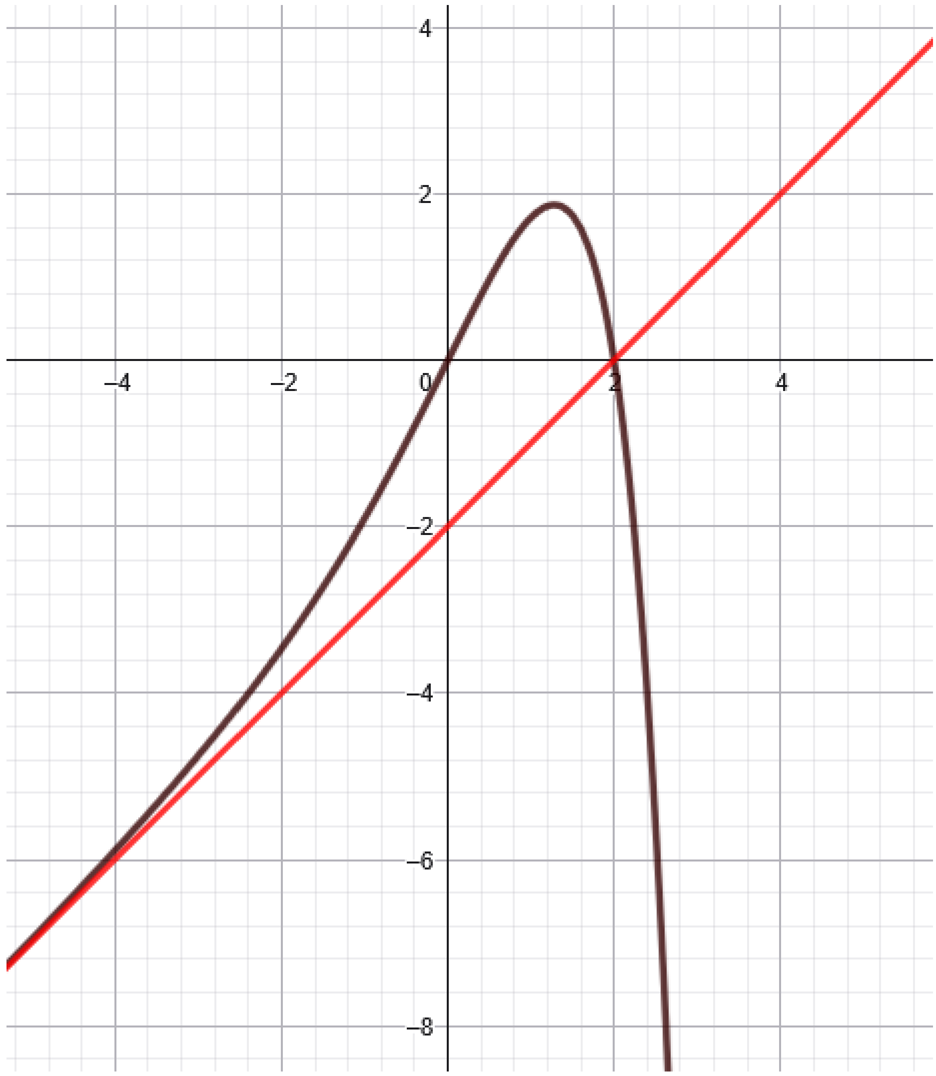
7) $(C_f) \cap (ox) = \{A(2; 0); O(0; 0)\}$

8) $f(x) > 0$ تكافئ $x \in]0; 2[$

$f(x) < 0$ تكافئ $x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$

$f(x) = 0$ تكافئ $x = 2$ أو $x = 0$

9) الرسم



10) المناقشة البيانية الدورانية

حلول المعادلة $f(x) = kx - 2$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلتها من الشكل $y = kx - 2$ التي تشمل النقطة $\omega(0; 2)$ مع k وسيط حقيقي

من أجل $k < 1$ المعادلة تقبل حلين تمايزين مختلفين في الإشارة

من أجل $k \geq 1$ المعادلة تقبل حل واحد موجب

11) 1) $h'(x) = \frac{-1}{x^2} f'(\frac{1}{x})$

2) جدول تغيرات الدالة h :

$$\lim_{|x|\to+\infty} h(x) = 0 \qquad \lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$$

h متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 0[$ و $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$

h متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}]$