



السنة الدراسية 2025 – 2026

شعبة 3 علوم تجريبية

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : 2 سا

التمرين 01 : ( 10 ن )

1. ا. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (x+1)e^{-x} + 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) برهن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-1.2 < \alpha < -1.3$  ثم استنتج إشارة

$g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

// . دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+2)(e^{-x} - 1)$  ونسمي  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = -g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل

جدول تغيراتها.

(2) أ- برهن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = -2$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x - 2$ .

(3) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا وحيدا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له.

(4) بين أن  $f(\alpha) = -\alpha - 3 - \frac{1}{\alpha + 1}$

(5) أ- عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

ب- ارسم  $(\Delta)$ ،  $(T)$  و  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) \approx 1.87$ )

التمرين 02: ( 10 ن )

الجزء الأول:

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج أنه من أجل كل  $x \in ]0; +\infty[$  فإن:  $g(x) > 0$

الجزء الثاني:

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{\ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  مفسرا النتيجة هندسيا.

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) أثبت أنه من أجل كل  $x \in ]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{1+g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = \frac{1}{2}x$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C).

(5) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

(6) أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.

(7) بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه  $\frac{1}{2}$  يطلب كتابة معادلة له.

(8) أثبت أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها  $\alpha$  حيث:  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

(9) أنشئ (T)،  $(\Delta)$  و (C)

(10) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f(x) = \frac{1}{2}x + m$ .

## الإجابة النموذجية

التمرين 01 : ( 10 ن )

(1) تغيرات الدالة  $g: g(x) = -\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

$$g'(x) = -xe^{-x}$$

$g$  متزايدة تماما على المجال  $]-\infty; 0]$  ومتناقصة تماما على المجال  $[0; +\infty[$

(2) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

إشارة  $g(x)$ : من أجل كل  $x > \alpha$  لدينا  $g(x) > 0$  ومن أجل كل  $x < \alpha$  لدينا  $g(x) < 0$

$$g(\alpha) = 0$$

(1) أ-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

ب- من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  لدينا  $f'(x) = -g(x)$

إشارة  $f'(x)$  هي عكس إشارة  $g(x)$

$f$  متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; \alpha]$  ومتزايدة تماما على المجال  $[\alpha; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $f$

$$(2) \text{ أ- } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = -2$$

المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته  $y = -x - 2$  عند  $+\infty$

ب- الوضع النسبي:  $f(x) - (-x - 2) = e^{-x}(x + 2)$

على المجال  $]-\infty; -2[$   $(C_f)$  يقع أسفل  $(\Delta)$

على المجال  $]-2; +\infty[$   $(C_f)$  يقع أعلى  $(\Delta)$

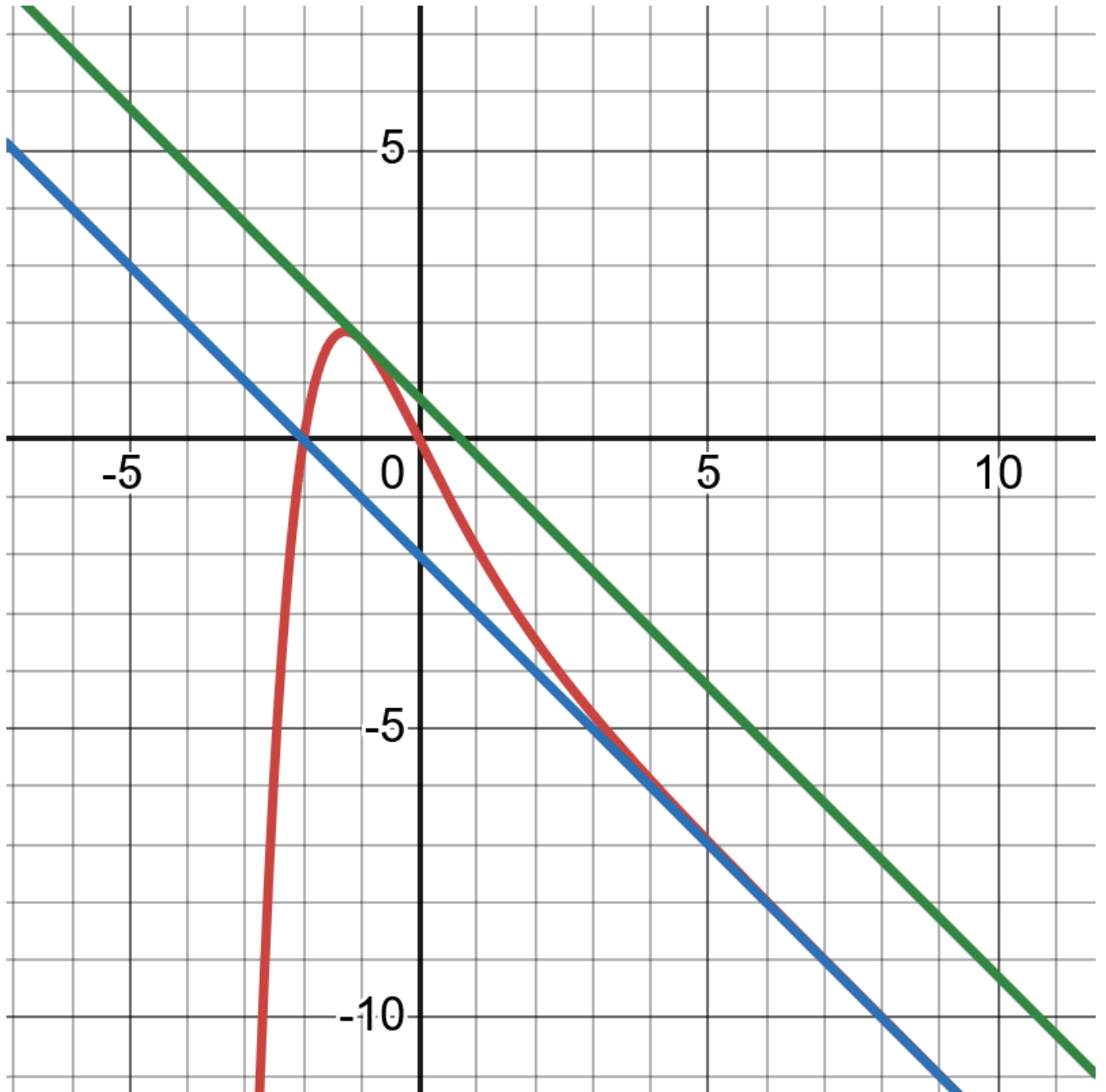
عند النقطة  $A(-2; 0)$   $(C_f)$  و  $(\Delta)$  يتقاطعان

(3)  $(\Delta) \parallel (T)$  معناه  $f'(x_0) = -1$  ومنه  $x_0 = -1$  ،  $y = -x + e - 2$  :  $(\Delta)$

$$f(\alpha) = -\alpha - 3 - \frac{1}{\alpha + 1} \quad (4)$$

$$(C_f) \cap (ox) = \{A(-2; 0); O(0; 0)\} \quad (5)$$

(6) الرسم



## التمرين 02: ( 10 ن )

الجزء الأول:

(1) تغيرات الدالة  $g$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty , \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

الدالة  $g$  متناقصة تماما على المجال  $]0;1[$  ومنتزعة تماما على المجال  $[1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $g$

(2) من أجل كل  $x > 0$  لدينا  $g(x) > 0$

الجزء الثاني:

(1) أ-  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  يقبل مستقيم مقارب معادلته  $x = 0$

ب-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) من أجل كل  $]0;+\infty[$  لدينا:  $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x^2}$

(3) الدالة  $f$  منتزعة تماما على المجال  $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $f$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \frac{1}{2}x \right] = 0 \quad (4)$$

(5) الوضع النسبي: إشارة الفرق  $f(x) - \frac{1}{2}x = \frac{\ln x}{x}$

على المجال  $]0;1[$   $(C_f)$  يقع أسفل  $(\Delta)$  وعلى المجال  $]1;+\infty[$   $(C_f)$  يقع أعلى  $(\Delta)$

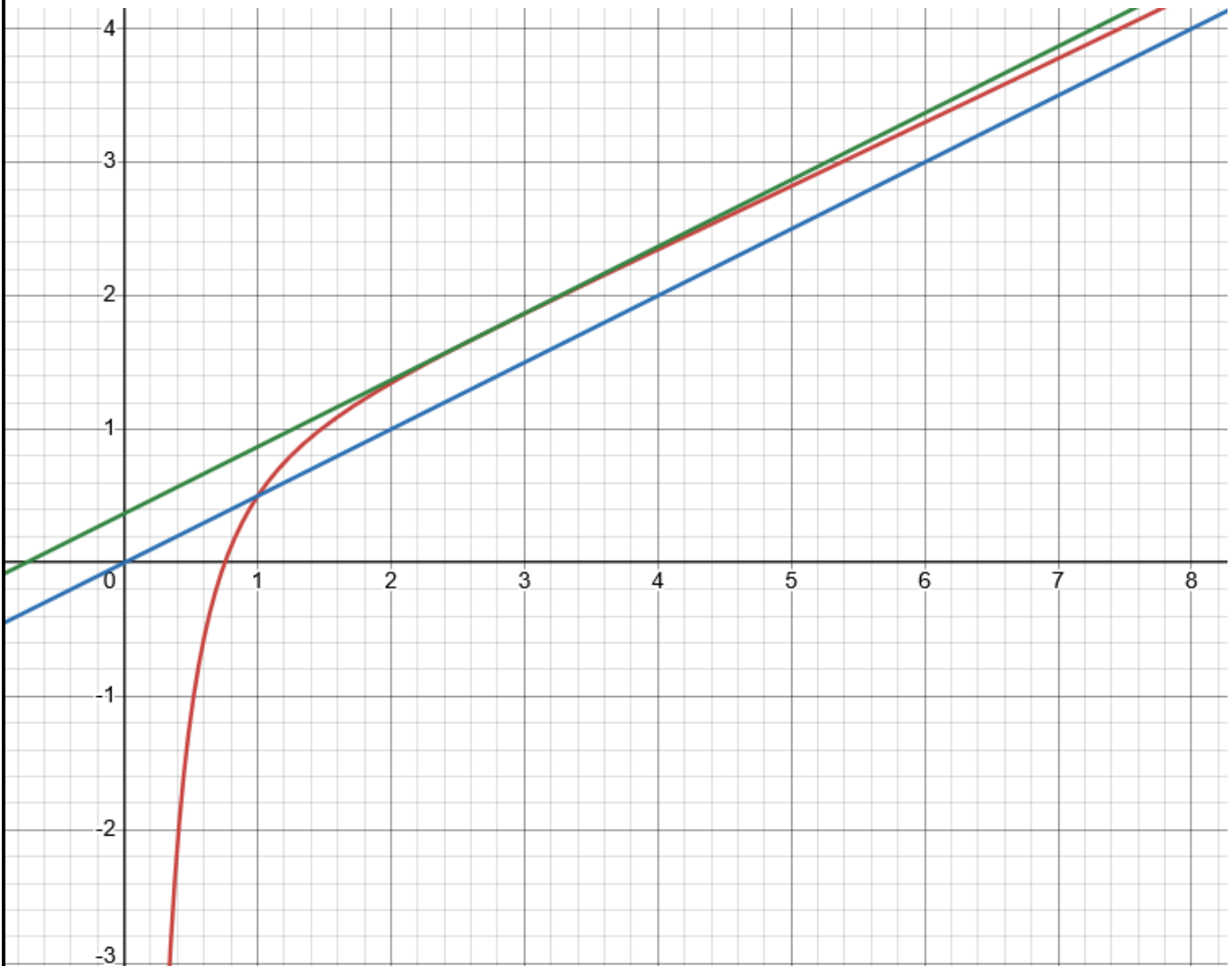
$A\left(1; \frac{1}{2}\right)$  في النقطة ذات الإحداثيات  $(C_f)$  يقطع  $(\Delta)$

$$\omega\left(\sqrt{e^3}; \frac{e^{\frac{3}{2}} + 3e^{-\frac{3}{2}}}{2}\right) (C_f) \text{ يقبل نقطة إنعطاف إحداثيها } f''(x) = \frac{-3 + 2\ln x}{x^3} \quad (6)$$

$$(T): y = \frac{1}{2}x + e^{-1}, x_0 = e \text{ تكافئ } f'(x_0) = \frac{1}{2} \quad (7)$$

(8) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

(9) الرسم



(10)  $m \leq 0$  ، حل واحد

$0 < m < e^{-1}$  حلين متمايزين

$m = e^{-1}$  حل واحد  
 $m > e^{-1}$  لا يوجد حلول