المستوى:الثالثة تسيير واقتصاد **ديسمبر 2025**

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات **المدة : ساعتان.**

التمرين الأول(10ن):

I)بلغ عدد زبائن أحد مستوردي السّيارات 1000 زبون خلال سنة 1999.

لاحظ المستورد في السّنة الموالية انخفاض بنسبة 60% من زبائنه وأضيف إليهم بفضل الإشهار 630 زبون جديد.

نفرض أنّ تطور الزبائن يتواصل بنفس الكيفية السّابقة خلال السّنوات العشر الموالية نرمز بـ: u_n إلى عدد الزبائن خلال السّنة $1999+n$ حيث n عدد طبيعي.

1) ماهي قيمة u_0؟ أحسب u_1 و u_2.

2) عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n.

II) في كل مايلي نعتبر $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 630$

و نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 1050$.

أ) أحسب v_0 ، v_1 و v_2 ثمّ خمّن طبيعة المتتالية (v_n).

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تحديد حدّها الأوّل وأساسها q.

جـ) عبّر بدلالة n عن v_n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4) هل ممكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون؟

5) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 1050$.

ب) برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

جـ) ماذا تستنتج بالنّسبة إلى تقارب المتتالية (u_n).

التمرين الثاني(10ن):

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$$

1- أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,8 < \alpha < 0,9$

3- عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{(x+1)^2}$$

(C) تمثلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O,P,J)

1- أ) عين $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- بين أن من أجل كل $x \in]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

استنتج اتجاه تغير f ، ثم شكل جدو تغيراتها .

3- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (c) عند $(+\infty)$

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (c) و (Δ)

4- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أرسم (T) و (C).

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

	التمرين الأول: 1-
1 1 1	$u_0 = 1000$ $u_1 = u_0 - \frac{60}{100}$, $u_0 + 630 = 0,4 \times u_0 + 630 = 1030$ $u_2 = 0,4 \times u_1 + 630 = 1042$
1	2- $u_{n+1} = 0,4 \times u_n + 630$
1,5	3- أ- $V_0 = u_0 - 1050 = -50$ $V_1 = u_1 - 1050 = -20$ $V_2 = u_2 - 1050 = -8$
1 0,5	ب- $V_{n+1} = u_{n+1} - 1050$ $= 0,4 \times U_n + 630 - 1050$ $= 0,4 \times (V_n + 1050) + 630 - 1050$ $= 0,4 \times V_n$ وبه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 0,4$ وحدها الأول $v_0 = -50$
1	أ- $V_n = V_0 \ q^n$ $= (-50)\ (0,4)^n$
1	$U_n = V_n + 1050 = (-50)(0,4)^n + 1050$
1	4- $U_n = 1100$ أي $(-50)\ (0,4)^n + 1050 = 1100$ ومنه $(0,4)^n = -1$ مستحيلة لا يمكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون
1	5- $q(n) = U_n \leq 1050$ لدينا $U_0 = 1000$ و $1000 \leq 1050$ ومنه $q(0)$ صحيحة

فرضية التراجع : $U_n \le 1050$ ونبرهن $U_{n+1} \le 1050$ $U_n \le 1050$ ومنه $0,4\,U_n \le 420$ $0,4\,U_n + 630 \le 1050$ أي $U_{n+1} \le 1050$ وهو المطلوب	
ب- $U_{n+1} - U_n = 0,4\,U_n + 630 - U_n$ $= (-0,6)\,U_n + 630$ بما أن $U_n \le 1050$ فإن $(-0,6)\,U_n \ge -630$ ومنه $(-0,6)\,U_n + 630 \ge 0$ أي $U_{n+1} - U_n \ge 0$ ومنه (U_n) متزايدة تماما	1
نستنتج أن U_n متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 1050	1