Email: saitameur3@gmail.com 023 71 54 67 :فاكس 023 71 54 63 / 0550 47 22 35 :رقم الهاتف

شعبة 3 رياضي	السنة الدراسية 2025 – 2026
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات	

المدة: 2 سا

التمرين 01: (04 نقاط)

برر صحة أو خطأ كل عبارة مما يلي:

1) المتراجحة $e^{-x^2-1}>3$ حلولها هي: $S=]-\infty;\ln 3[$

2) u هي الدالة القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $u(x)=e^{e^{e^x}}$، لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$u'(x)=e^{x+e^x+e^{e^x}}$

3) من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*-\{1\}$ المعادلة $\sqrt{2^x\sqrt[x]{4^x\sqrt[x]{\frac{1}{8}}}}=4\sqrt[x]{2}$ تكافئ المعادلة

$x^3-2x^2-2x-3=0$

4) الدالة العددية f المعرفة على $[0;1[$ بـ: $f(x)=\sqrt{|\ln(1-x)|+|\ln(1+x)|}$ تقبل الاشتقاق على يمين 0.

التمرين 02: (06 نقاط)

ليكن m عدد حقيقي غير معدوم حيث $m\neq-1$.

1) حل المعادلة التفاضلية $y'-\frac{1}{m}y=0...(1)$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية $y'-\frac{1}{m}y=-\frac{x+1}{m(m+1)}...(2)$

أوجد الأعداد الحقيقية a و b حيث الدالة $u:x\mapsto ax+b$ حلا للمعادلة (2).

3) أ– بين أن الدالة v المعرفة على $\mathbb{R}$ حلا للمعادلة (2) تكافئ $(v-u)$ حلا للمعادلة (1) ثم استنتج حلول المعادلة (2).

ب–أوجد الحل الخاص للمعادلة (2) والذي يحقق $v(0)=0$.

التمرين 03: (10 نقاط)

نعتبر الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\ln|x|}+x \quad ; \quad x\in]-\infty;-1[\cup]-1;0[\\ \dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{2(\ln x)^2} \quad ; \quad x\in]0;1[\cup]1;+\infty[\\ 0 \quad ; \quad x=0 \end{cases}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=0$، فسر النتيجة هندسيا.

2) ادرس تغيرات الدالة f. (مفسرا النهايات هندسيا)

3) أ– بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ب– ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) على المجال $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$.

4) حل المعادلة: $f(x)=0$ في المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟

5) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α في المجال $]-1,77;-1,76[$.

6) مثل بيانيا (Δ) و (C_f).

الإجابة النموذجية

التمرين 01: (04 نقاط)

1) خطأ

2) صحيح

3) صحيح

4) خطأ

التمرين 02: (06 نقاط)

1) حلول المعادلة التفاضلية (1): $x \mapsto ke^{\frac{1}{m}x}$ حيث $k \in \mathbb{R}$

2) $u'(x) - \frac{1}{m}u(x) = -\frac{x+1}{m(m+1)}$ تكافئ $u(x) = \frac{1}{m+1}x + 1$: $a = \frac{1}{m+1}$ ، $b = 1$

3) أ- الدالة v المعرفة على $\mathbb{R}$ حلا للمعادلة (2) تكافئ $(v-u)$ حلا للمعادلة (1)

حلول المعادلة (2) هي: $v(x) = u(x) + ke^{\frac{1}{m}x} = \frac{1}{m+1}x + 1 + ke^{\frac{1}{m}x}$ حيث $k \in \mathbb{R}$

ب- الحل الخاص الذي يحقق $v(0) = 0$ هو: $v(x) = \frac{1}{m+1}x + 1 - e^{\frac{1}{m}x}$

التمرين 03: (10 نقاط)

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = +\infty$

f غير قابلة للإشتقاق عند 0

2) تغيرات الدالة f : $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب معادلتيهما $x = 1$ و $x = -1$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y = 0$

من أجل كل $x \in \mathbb{R}_-^* - \{-1\}$: $f'(x) = \dfrac{-1}{x\left(\ln(-x)\right)^2} + 1$ ، $f'(x) > 0$

f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;0]$

من أجل كل $x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$: $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x\left(\ln(x)\right)^3}$

f متزايدة تماما على المجال $]1;e]$ ومتناقصة تماما على المجالين $[0;1[$ و $[e;+\infty[$

3) أ- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ ، $(\Delta): y = x$

ب- على المجال $]-1;0[$ (C_f) يقع أسفل (Δ)، على المجال $]-\infty;-1[$ (C_f) يقع أعلى (Δ)

4) حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $\mathbb{R}_+^* - \{1\}$ هي: $S = \{\sqrt{e}\}$

التفسير الهندسي: (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة: $x = \sqrt{e}$

5) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

6) الرسم