الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبينيا تر
ابتدائي متوسط ثانوي اقامة
رقم الهاتف: 0550 47 22 35 / 023 71 54 63 فاكس: 023 71 54 67 Email: saitameur3@gmail.com

شعبة 3 تقني رياضي	السنة الدراسية 2025 – 2026

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : 2 سا

التمرين 01 : (10 ن)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{-x}+1$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3<\alpha<-1.2$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)(e^{-x}-1)$ ونسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أ- برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=-2$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$.

3) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4) بين أن $f(\alpha)=-\alpha-3-\dfrac{1}{\alpha+1}$

5) أ- عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب- ارسم (Δ)، (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq1.87$)

التمرين 02: (10 ن)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) استنتج أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $g(x)>0$

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C).

5) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

7) بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$ يطلب كتابة معادلة له.

8) أثبت أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<1$

9) أنشئ (T)، (Δ) و (C)

10) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$.

الإجابة النموذجية

التمرين 01 : (10 ن)

1) تغيرات الدالة g : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$

$g'(x)=-xe^{-x}$

g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ ومتناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$

2) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

إشارة $g(x)$: من أجل كل $x>\alpha$ لدينا $g(x)>0$ ومن أجل كل $x<\alpha$ لدينا $g(x)<0$

$g(\alpha)=0$

1) أ- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

ب- من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا $f'(x)=-g(x)$

إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$

f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

2) أ- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right]=-2$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=-x-2$ عند $+\infty$

ب- الوضع النسبي: $f(x)-(-x-2)=e^{-x}(x+2)$

على المجال $]-\infty;-2[$ (C_f) يقع أسفل (Δ)

على المجال $]-2;+\infty[$ (C_f) يقع أعلى (Δ)

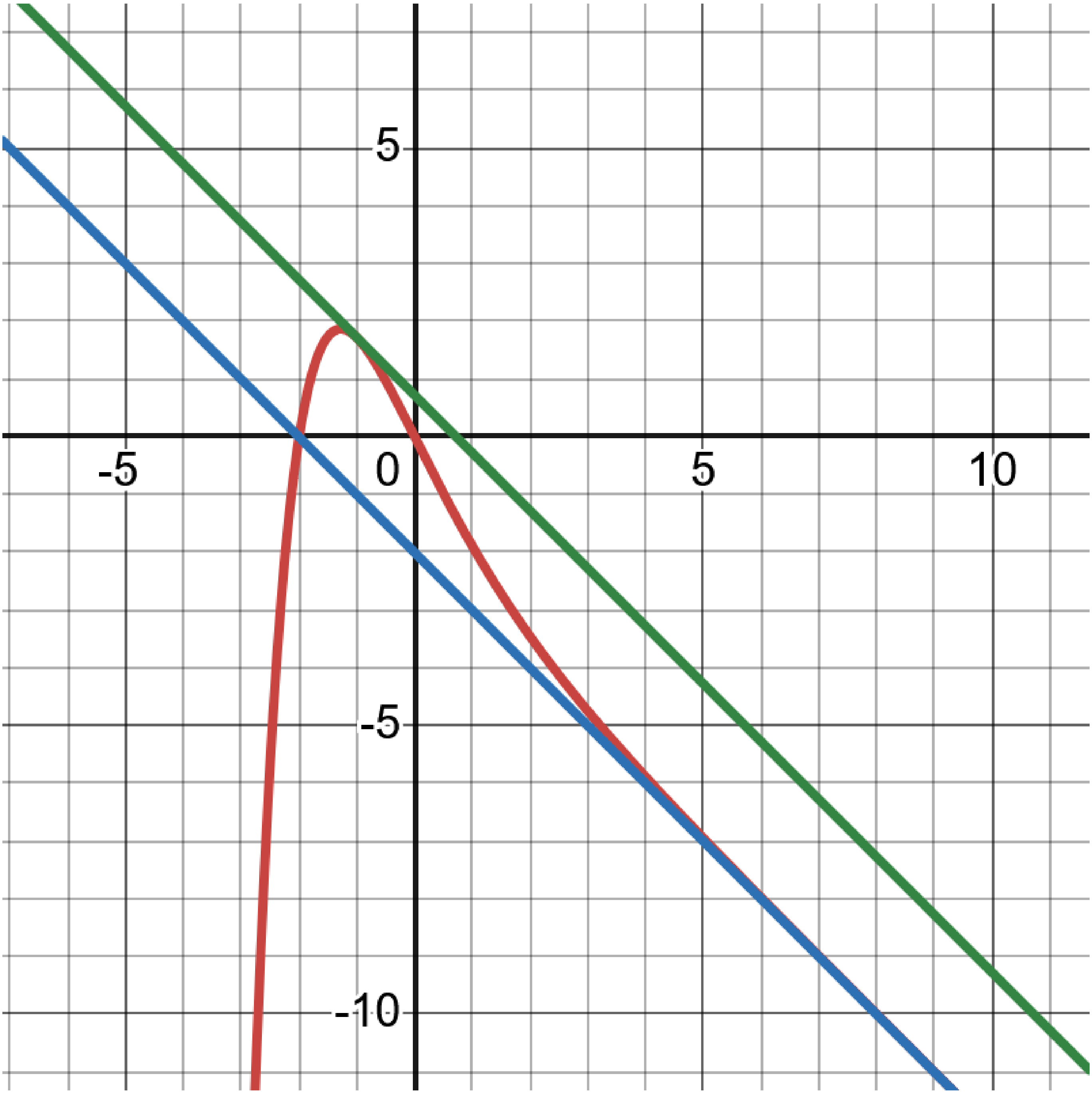
عند النقطة $A(-2;0)$ (C_f) و (Δ) يتقاطعان

3) $(T)\,||\,(\Delta)$ معناه $f'(x_0)=-1$ ومنه $x_0=-1$ ، $(\Delta): y=-x+e-2$

4) $f(\alpha) = -\alpha - 3 - \dfrac{1}{\alpha + 1}$

5) $(C_f) \cap (ox) = \{A(-2;0); O(0;0)\}$

6) الرسم



التمرين 02: (10 ن)

الجزء الأول:

1) تغيرات الدالة g :

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = +\infty$

$g'(x) = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x}$ ، الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g

2) من أجل كل $0 < x$ لدينا $g(x) > 0$

الجزء الثاني:

1) أ- $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$: (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = 0$

ب- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) من أجل كل $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x^2}$

3) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = 0$

5) الوضع النسبي: إشارة الفرق $f(x) - \frac{1}{2}x = \frac{\ln x}{x}$

على المجال $]0;1[$ (C_f) يقع أسفل (Δ) وعلى المجال $]1;+\infty[$ (C_f) يقع أعلى (Δ)

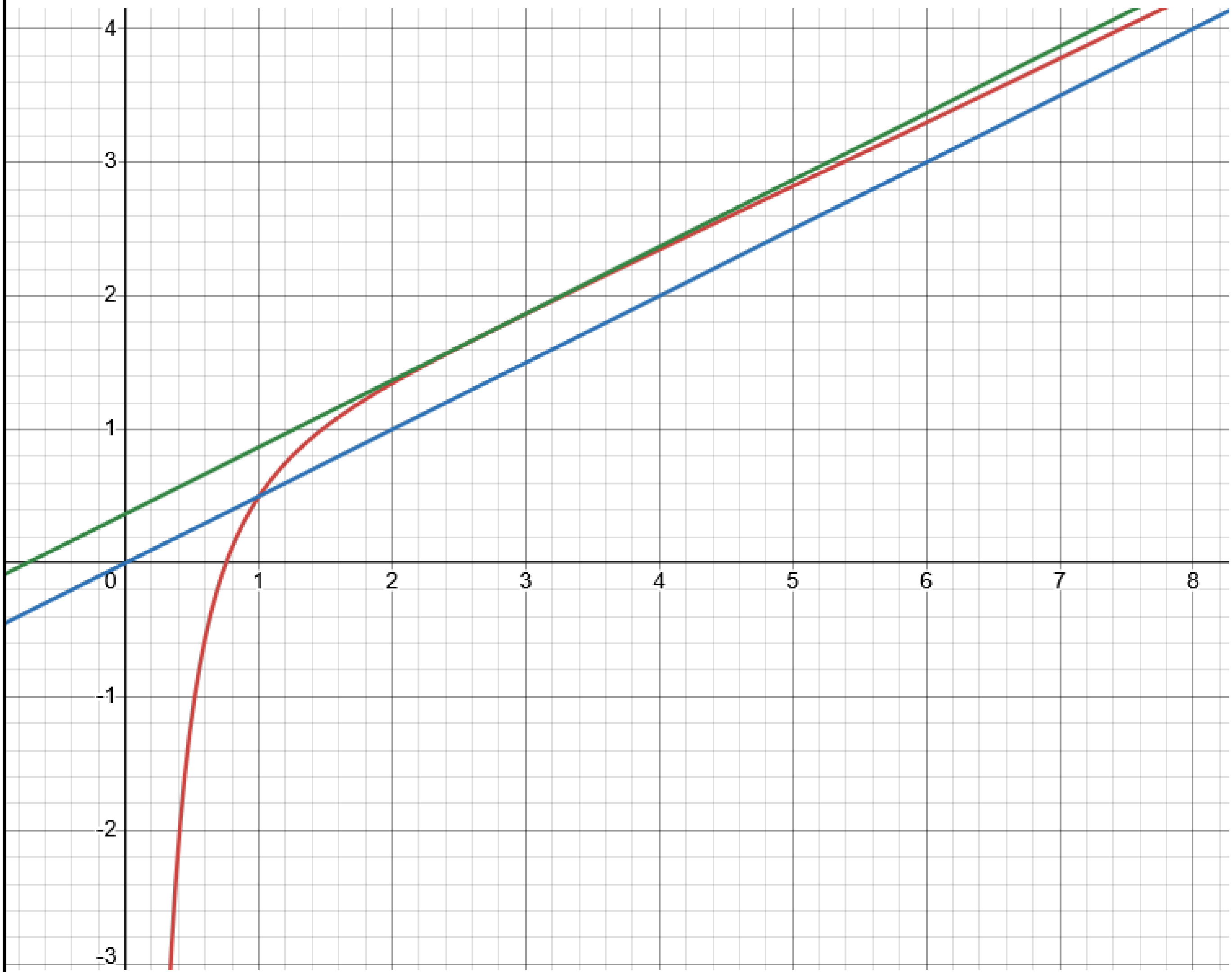
(Δ) يقطع (C_f) في النقطة ذات الإحداثيات $A\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

6) $f''(x)=\dfrac{-3+2\ln x}{x^3}$ ، (C_f) يقبل نقطة إنعطاف إحداثييها $\omega\left(\sqrt{e^3};\dfrac{e^{\frac{3}{2}}+3e^{-\frac{3}{2}}}{2}\right)$

7) $f'(x_0)=\dfrac{1}{2}$ تكافئ $x_0=e$ ، $(T): y=\dfrac{1}{2}x+e^{-1}$

8) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

9) الرسم



10) $m\leq 0$ ، حل واحد

$0<m<e^{-1}$ حلين متمايزين

$m = e^{-1}$ حل واحد

$m > e^{-1}$ لا يوجد حلول