المستوى الثانية ثانوي رياضي	**مارس 2026**
اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	**المدة: 2 سا**

التمرين الأول (7ن):

(الجزء الأول مستقل عن الجزء الثاني)

I. اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل:

1) اذا كان $\frac{1439\pi}{4}$ قيسا لزاوية فان قيسها الرئيسي هو:

$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$

2) الكتابة المبسطة للعبارة $E(x) = cosx + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(x + \pi)$ هي:

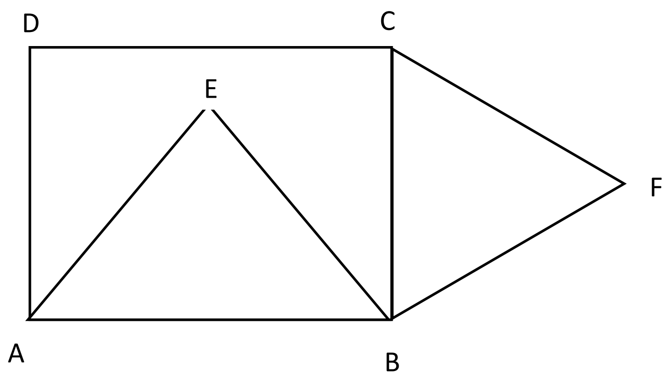
$E(x) = sinx$	$E(x) = 0$	$E(x) = cosx$

3) حلول المعادلة $1 - \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ في المجال $[0; 2\pi]$ هي:

$\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right\}$	$\left\{\frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$	$\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$

II. في المستوي الموجه لدينا ABCD مربع وكل من المثلث ABE و BCF متقايسي الأضلاع

أوجد أقياس الزوايا التالية: $(\overrightarrow{BF}; \overrightarrow{FC})$ ، $(\overrightarrow{EB}; \overrightarrow{CB})$ ، $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{CF})$ و $(\overrightarrow{ED}; \overrightarrow{EA})$



التمرين الثاني (5 ن):

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A ارتفاعه [AH] حيث AH= 4 و H مرجح الجملة $\{(B,n);(C,n)\}$ حيث $n \in \mathbb{N}$ ولتكن G_n مرجح الجملة $\{(A,2);(B,n);(C,n)\}$

1) اثبت ان G_n موجودة دائما
2) اثبت أن النقط G_n ، H و A في استقامية
3) بين أن $AG_n = \frac{4n}{n+1}$
4) نضع $f(n) = AG_n$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} f(n)$ ثم فسر موضع النقطة G_n لما n يؤول الى $+\infty$

التمرين الثالث (8 ن) :

I) – لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx -0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = \dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (7ن):

(الجزء الأول مستقل عن الجزء الثاني)

I. اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل:

4) اذا كان $\frac{1439\pi}{4}$ قيسا لزاوية فان قيسها الرئيسي هو: $-\frac{\pi}{4}$

5) الكتابة المبسطة للعبارة هي: $E(x) = 0$

6) حلول المعادلة هي: $\left\{\frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$

II.

$\left(\overrightarrow{BF}; \overrightarrow{FC}\right) = \frac{2\pi}{3}$ ، $\left(\overrightarrow{EB}; \overrightarrow{CB}\right) = \frac{-\pi}{6}$ ، $\left(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{CF}\right) = \frac{11\pi}{6}$ و $\left(\overrightarrow{ED}; \overrightarrow{EA}\right) = \frac{5\pi}{12}$

التمرين الثاني (5 ن):

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A ارتفاعه [AH] حيث AH= 4 و H مرجح الجملة $\{(B,n);(C,n)\}$ حيث $n \in \mathbb{N}$ ولتكن G_n مرجح الجملة $\{(A,2);(B,n);(C,n)\}$

5) لدينا من اجل كل عدد طبيعي n $2n + 2 > 0$

6) النقط G_n ، H و A في استقامية (لان G_n مرجح النقطتين H و A حسب خاصية التجميع)

7) $AG_n = \frac{4n}{n+1}$

8) نضع $f(n) = AG_n$

$\lim_{n\to+\infty} f(n) = 4$ لما n يؤول الى $+\infty$ فان النقطة G_n تنطبق على النقطة H

التمرين الثالث (8 ن) :

I(1) أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.

ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = 6x^2 - 8x + 7$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$ و بالتالي g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. جدول تغيّرات الدالة g .

2) أ) g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$، $g(0,7)\simeq -0,37$ و $g(0,8)\simeq 0,06$ إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7<\alpha<0,8$

ب) إشارة $g(x)$: $-\infty \quad - \quad \overset{\alpha}{0} \quad + \quad +\infty$

II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) برهان أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$.

إذن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ): $y=\frac{1}{2}(x+1)$.

ج) $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ،

إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$: $-\infty \quad + \quad \overset{\frac{1}{3}}{0} \quad - \quad +\infty$

إذا كان x ينتمي إلى $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ فإنّ (C_f) أعلى (Δ) و إذا كان x ينتمي إلى $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$ فإنّ (C_f) أسفل (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في $A\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

3) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$.

ب) إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad + \quad \overset{0}{0} \quad - \quad \overset{\alpha}{0} \quad + \quad +\infty$

جدول تغيّرات الدالة f :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4) $f(1)=0$.

$f(x)=0$ تعني $\frac{(x-1)(x^2+x-1)}{2x^2-2x+1}=0$ أي $(x-1)(x^2+x-1)=0$

و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي:

$x_0=1$ ، $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ؛ $x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

5) إنشاء المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

6) أ) التحقق من: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x)=f(x)-2$

ب) (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$

إنشاء (C_h) في المعلم السابق.