شعبة 3 علوم تجريبية	السنة الدراسية 2025 – 2026
اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	

المدة : 2 سا

التمرين 01: (05 ن)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كريات زرقاء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 3، 2، 2 وثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 2، 3، 3.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحدثين A : " الكريات الثلاثة المسحوبة مختلفة في اللون مثنى مثنى ".

و B : " الكريات الثلاثة المسحوبة لها نفس الرقم ".

أ- أحسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

بـ- بين أن: $P(A\cap B)=\dfrac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة في الصندوق.

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 02: (05 ن)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;3]$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{3}x^2$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الوثيقة المرفقة)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\dfrac{5}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ- مثل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل على الوثيقة المرفقة مبرزا خطوط الإنشاء.

بـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n: $0\prec u_n\leq 3$

بـ- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln\left(\frac{3}{u_n}\right)$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وأحسب نهايتها

4) أ- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

بـ- استنتج بدلالة n حساب الجداء P_n حيث: $P_n = \frac{3}{u_0} \times \frac{3}{u_1} \times ... \times \frac{3}{u_n}$

التمرين 03: (10 ن)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x\left(e^x - 1\right)^2$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$

ج- أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ).

2) أ- بين أنه من أجل عدد حقيقي x : $f'(x) = \left(e^x - 1\right)^2 + 2x\left(e^x - 1\right)e^x$.

بـ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $x\left(e^x - 1\right) \geq 0$ ثم بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

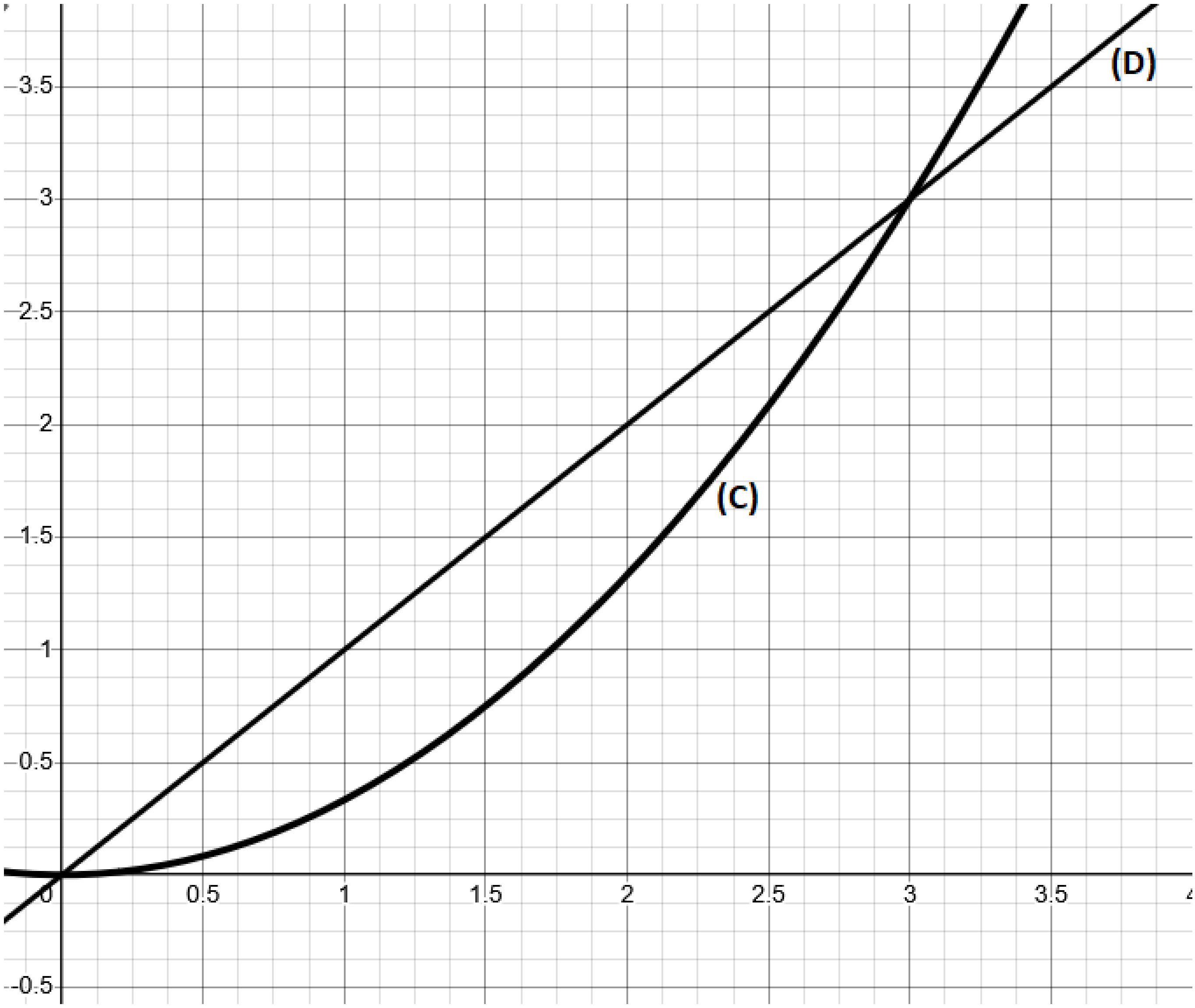
4) أنشئ (Δ) و $\left(C_f\right)$ بدقة.

5) لتكن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = \frac{1}{4}e^{2x}(2x-1) + 2e^x(1-x)$.

أ- بين أن الدالة H أصلية للدالة $x \mapsto xe^x\left(e^x - 2\right)$.

ب- استنتج بالسنتيمتر المربع A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \ln 2$.

الوثيقة المرفقة



التصحيح النموذجي

التمرين 01: (05 ن)

أ- $P(A)=\frac{3}{10}$ $\qquad P(B)=\frac{7}{60}$

ب- $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ $\qquad P_A(B)=\frac{1}{6}$ $\qquad P(A\cup B)=\frac{11}{30}$

قيم المتغير العشوائي X هي: $3,2,1,0$

$P(X=0)=\frac{35}{120}$ $\quad P(X=1)=\frac{63}{120}$ $\quad P(X=2)=\frac{21}{120}$ $\quad P(X=3)=\frac{1}{120}$

$E(X)=\frac{9}{10}$

التمرين 02: (05 ن)

1) أ- تمثيل الحدود على محور الفواصل

ب- $u_3<u_2<u_1<u_0$ ، (u_n) متناقصة تماما

(u_n) متقاربة نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C) والمستقيم (Δ)

2) أ- البرهان بالتراجع ن من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n\leq 3$

ب- من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=u_n\left(\frac{1}{3}u_n-1\right)$

$u_n>0$ و $-1<\frac{1}{3}u_n-1\leq 0$ ومنه $u_{n+1}-u_n<0$

(u_n) متناقصة تماما

بما أن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة.

3) أ- من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ لدينا $v_{n+1}=2v_n$، (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 حدها الأول $v_0=\ln\left(\frac{6}{5}\right)$

ب- من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ لدينا: $v_n=\ln\left(\frac{6}{5}\right)2^n$ و $u_n=\frac{3}{e^{\ln\left(\frac{6}{5}\right)2^n}}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$

4) أ- $S_n = \ln\left(\frac{6}{5}\right)\left(2^{n+1}-1\right)$

ب- $P_n = e^{S_n} = e^{\ln\left(\frac{6}{5}\right)\left(2^{n+1}-1\right)}$

التمرين 03: (10 ن)

1) أ- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

ب- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - x = 0$

جـ- $f(x) - x = xe^x\left(e^x - 2\right)$

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$e^x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x) - x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\left(C_f\right)$ يقع أعلى (Δ) على المجالين $]-\infty;0[$ و $]\ln 2;+\infty[$

$\left(C_f\right)$ يقع أسفل (Δ) على المجال $]0;\ln 2[$

$\left(C_f\right)$ و (Δ) يتقاطعان في النقطتين $O(0;0)$ و $A(\ln 2;\ln 2)$

2) أ- من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \left(e^x-1\right)^2 + 2x\left(e^x-1\right)e^x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	$+$
$e^x - 1$		$-$	0	$+$	
$x(e^x - 1)$		$+$	0	$+$	

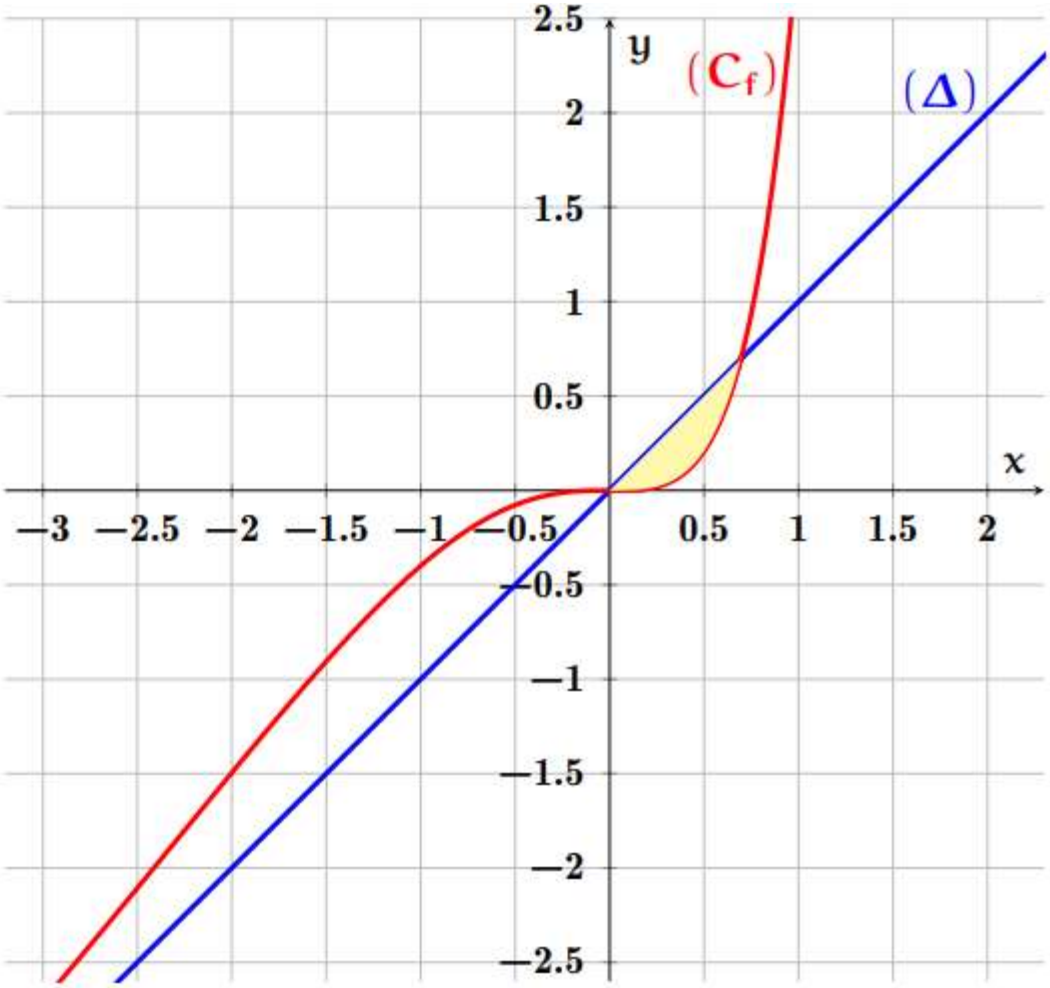
ب-

من أجل كل عدد حقيقي x : $x\left(e^x-1\right) \geq 0$ و $e^x > 0$ ومنه $f'(x) \geq 0$

إذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$			$+\infty$

3) معادلة المماس $(T): y=0$



4) الإنشاء:

5) أ- $H'(x)=xe^{x}\left(e^{x}-2\right)$ ومنه الدالة H هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{x}\left(e^{x}-2\right)$

ب- $A=-4\int_{0}^{\ln 2}\left(f(x)-x\right)dx=-4\int_{0}^{\ln 2}xe^{x}\left(e^{x}-2\right)dx$

$A=\left(-5+8\ln 2\right)cm^2$