المستوى الثانية ثانوي علوم تجريبية وتقني رياضي	ماي 2026
اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات	المدة: 2 سا

التمرين الأول (5 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = 3n + 2$

1) أثبت أن (U_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

3) ليكن المجموع S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

أ) بين أن: $S_n = \frac{3n^2+7n+4}{2}$

ب) عين قيمة n حتى يكون $S_n = 3927$

التمرين الثاني (7 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = 2U_n - 3 \end{cases}$

1) احسب U_1، U_2 و U_3

2) ليكن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq 3$ ، ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)

3) لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = U_n - 3$

أ) أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

5) استنتج بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

التمرين الثالث (8 ن):

لتكن f دالة معرفة على المجال $[0\,;1]$ بـ: $f(x) = \frac{x}{3-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1) على الوثيقة المرفقة، مثل الحدود U_0 ، U_1، U_2 و U_3 على محور الفواصل ، بدون حسابها ومبرزا خطوط التمثيل

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

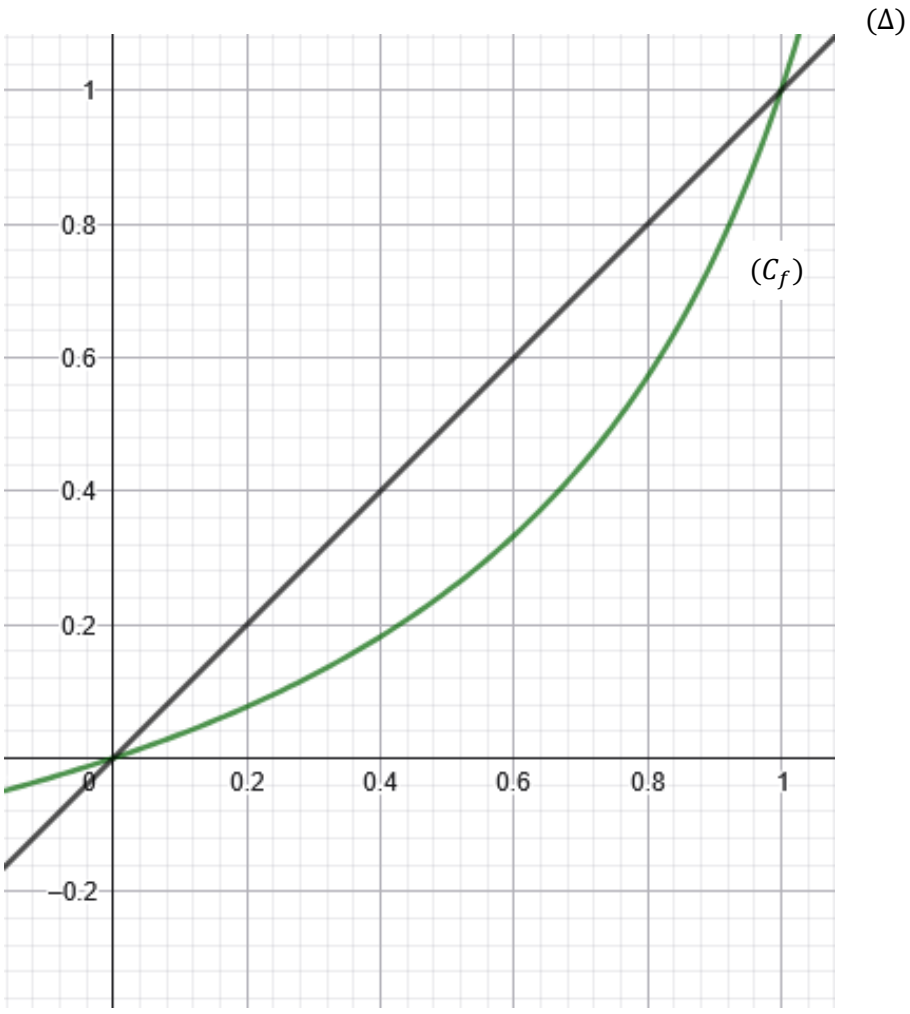
3) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{U_n}{U_n - 1}$

➢ أثبت أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول

4) اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

5) احسب نهاية المتتالية (U_n). ماذا تستنتج ؟

6) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_n$



التصحيح النموذجي:

التمرين الأول (5 ن):

1) (U_n) متتالية حسابية أساسها 3 و حدها الأول $U_0 = 2$

2) المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

3) $S_n = (3n + 4)\left(\frac{n+1}{2}\right)$

4) قيمة n حتى يكون $S_n = 3927$ هي $n = 50$

التمرين الثاني (8 ن):

1) $U_1 = -5$، $U_2 = -13$ و $U_3 = -29$

2) المتتالية (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

أ) (V_n) هندسية أساسها 2 و حدها الأول $V_0 = -4$

ب) $V_n = (-4)2^n$ و $U_n = (-4)2^n + 3$

3) $S_n = 4(1 - 2^{n+1})$

4) $T_n = 4(1 - 2^n) + 3(n + 1)$

التمرين الثالث (7 ن):

1) تمثيل الحدود U_0، U_1، U_2 و U_3

2) نخمن ان المتتالية (U_n) متناقصة و متقاربة

3) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{U_n}{U_n - 1}$

➢ (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $V_0 = -1$

4) $V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ و $U_n = \frac{-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{-\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}$

5) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$. نستنتج ان المتتالية (U_n) متقاربة

5) $P_n = (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$